

Geometria Superiore

Prova scritta del 17.7.2013 - Prof. P. Piccinni

Il candidato svolga, a sua scelta, due tra i seguenti temi.

1. Si dia la definizione di CW complesso e se discutano alcuni esempi.
2. Descrivere la struttura topologica e differenziabile delle grassmanniane $Gr_k(\mathbf{R}^n)$, $Gr_k^{or}(\mathbf{R}^n)$ e $Gr_k(\mathbf{C}^n)$, precisando se queste ultime sono anche varietà complesse.
3. Si discuta la nozione di isomorfismo tra fibrati vettoriali, e in particolare:
 - (i) Dimostrare che due fibrati vettoriali sono isomorfi se e solo se le loro applicazioni classificanti sono omotope.
 - (ii) Stabilire come sia possibile riconoscere che due fibrati vettoriali sono isomorfi partendo da un sistema di funzioni di transizione per ognuno di essi.
4. Si discuta la nozione di gruppo strutturale per varietà e/o per fibrati vettoriali, e si forniscano esempi di relativi a varie scelte di sottogruppi $G \subset GL(n, \mathbf{R})$.
5. Si discuta la nozione di segnatura di una varietà differenziabile compatta e orientabile, e le sue relazioni con le nozioni di cobordismo, di caratteristica di Eulero e di numeri di Pontrjagin.