Cognome: .... **Nome:** ....

Preferenza per la prova orale: *Primo appello* *Secondo appello*

GEOMETRIA I (Canale I-Z, Prof. P. Piccinni) - Seconda prova in itinere, 16.1.2015

Norme per le prove in itinere e le prove scritte d'esame

1. Scrivere subito cognome, nome su questo foglio. Scrivere anche se, in caso positivo di esonero, si preferisce sostenere la prova orale nel primo o nel secondo appello.
2. Utilizzare la parte bianca (fronte e retro) di questi tre fogli per la bella copia. I fogli protocollo distribuiti a parte saranno invece utilizzati per la minuta e non devono essere consegnati.
3. **Svolgere gli esercizi con ordine e completezza, dando breve indicazione del procedimento e dei calcoli eseguiti, senza far riferimento alla minuta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.**
4. Durante le prove non si possono consultare testi e appunti, né utilizzare calcolatrici o telefoni cellulari.
5. La durata della prova è di 2 ore. Durante la prova non è consentito uscire dall'aula.

Compito B

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	10	
2	10	
3	10	
Totale	30	

SCRIVERE LE RISPOSTE NEGLI APPOSITI RIQUADRI

DARE INDICAZIONE DEL PROCEDIMENTO E CALCOLI NELLA SEZIONE "SVOLGIMENTO" E NEL RETRO DI OGNI SINGOLO FOGLIO

Esercizio 1. Si consideri nel piano affine reale la conica

$$\mathcal{C} : x^2 - xy - 2y^2 - x - 4y - 2 = 0,$$

essendo (x, y) coordinate affini.

i) Scrivere l'equazione $F(x_0, x_1, x_2) = 0$ dell'estensione proiettiva di $\mathcal{C}$, passando a coordinate omogenee: $x = x_1/x_0,\ y = x_2/x_0$.

ii) Determinare il tipo proiettivo di $\mathcal{C}$ (conica generale, semplicemente degenere, doppiamente degenere) e il suo tipo affine (ellisse, parabola, iperbole).

iii) $\mathcal{C}$ ha punti singolari? (eventualmente indicarli)

iv) $\mathcal{C}$ è riducibile? (eventualmente indicare le componenti irriducibili)

Soluzione (continuare anche sul retro):

Risposte:

Esercizio 2. Si consideri nello spazio proiettivo $\mathbb{R}P^3$, con coordinate proiettive omogenee $[x_0, x_1, x_2, x_3]$, la quadrica

$$\mathcal{Q}: \; x_0x_2 + x_0x_3 + x_1x_3 + x_2x_3 = 0.$$

i) Verificare che $\mathcal{Q}$ è una quadrica generale.

ii) Scrivere le equazioni delle coniche $\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$ intersezione di $\mathcal{Q}$ con i quattro piani coordinati risp. $x_0 = 0, x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$, precisando per ognuna tra $\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$ se si tratti di conica generale, semplicemente degenere, o doppiamente degenere.

iii) Scrivere l'equazione della restrizione di $\mathcal{Q}$ allo spazio euclideo E^3, usando coordinate non omogenee $x = x_1, y = x_2, z = x_3$, e $x_0 = 1$.

iv) Dalle risposte i), ii), iii) si può dedurre il tipo euclideo della restrizione di $\mathcal{Q}$? (ellissoide, iperboloide ellittico, iperboloide iperbolico, paraboloide ellittico, parabolone iperbolico)

Soluzione (continuare anche sul retro):

Risposte:

Esercizio 3. Si consideri nel piano affine complesso la curva algebrica

$$\mathcal{C} : x - y + y^4 = 0,$$

essendo (x, y) coordinate affini.

i) Stabilire se $\mathcal{C}$ ammette punti singolari al finito e all'infinito, e scrivere l'equazione cartesiana $F(x_0, x_1, x_2) = 0$ dell'estensione proiettiva di $\mathcal{C}$.

ii) Scrivere l'equazione della curva hessiana $\mathcal{H} : H = \det(F_{ij}) = 0$ di $\mathcal{C}$.

iii) $\mathcal{C}$ ammette flessi al finito ? E all'infinito ? (motivare le risposte)

iv) In caso di risposta/e affermativa/e alle domande in iii), determinare i flessi di $\mathcal{C}$ con le rispettive tangenti di flesso e molteplicità di intersezione con $\mathcal{C}$.

Soluzione (continuare anche sul retro):

Risposte: