Geometria I (Canale M-Z)

Foglio 10 di esercizi (30.5.2017) – Prof. P. Piccinni – Tutore Dr. N. Kowalzig

Consegnare i fogli con le soluzioni al Prof. Piccinni entro martedì 6 giugno, ore 11. Si raccomanda di svolgere gli esercizi con ordine e completezza, dando breve indicazione del procedimento e dei calcoli. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.
Si raccomanda anche di non utilizzare lo stesso foglio per esercizi diversi (un esercizio può essere svolto in più fogli, ma ogni foglio può contenere solo un esercizio o parte di esso).

Esercizio 1. Piano euclideo E^2 - Coordinate (xy).

Sia assegnata la conica

$$\mathcal{C}: \quad x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 + 2x - 2\sqrt{3}y = 0.$$

i) Riconoscere il tipo euclideo di $\mathcal{C}$ e, se a centro, determinare le coordinate del centro P_0 di $\mathcal{C}$.

ii) Determinare un riferimento cartesiano opportuno rispetto al quale $\mathcal{C}$ abbia equazione canonica euclidea e scrivere tale equazione.

Esercizio 2. Spazio affine A^3 - Coordinate (xyz).

Sia assegnato il paraboloide iperbolico $\Sigma: \quad x^2 - y^2 = z$.

i) Scrivere equazioni cartesiane della coniche $\mathcal{C}_{xy}, \mathcal{C}_{yz}, \mathcal{C}_{xz}$ che si ottengono come intersezione di Σ con i piani risp. xy, yz, xz.

ii) Determinare il tipo affine delle coniche $\mathcal{C}_{xy}, \mathcal{C}_{yz}, \mathcal{C}_{xz}$.

iii) Verificare che Σ contiene due schiere di rette.

iv) Determinare le due rette di Σ che passano per il punto $P_0 = (1, 1, 0)$ di Σ.

Esercizio 3. Piano affine A^2 - Coordinate (xy).

Si consideri la quartica

$$\mathcal{C}: \quad x^4 - x^2 + 2y^2 = 0.$$

Determinare se l'origine $O = (0, 0)$ e il punto $P_0 = (1, 0)$ sono punti semplici o singolari per $\mathcal{C}$, e nei due casi determinare l'equazione della retta tangente o le equazioni delle tangenti principali.

Esercizio 4. Piano affine A^2 - Coordinate (xy).

Si consideri la cubica

$$\mathcal{C}: \quad y^3 + 2x^2y - 2x^2 - y^2 - 5y + 5 = 0.$$

i) Determinare i punti singolari di $\mathcal{C}$.

ii) Dedurne che $\mathcal{C}$ è riducibile, spezzata in una conica $\mathcal{D}$ e una retta.

ii) Scrivere l'equazione di $\mathcal{D}$ e determinarne il tipo affine.