Geometria 1

Proff. Paolo Piazza - Paolo Piccinni

Prova scritta del 17.9.2018.

Nome e Cognome: ____________________

Numero di Matricola: ____________________

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	8	
2	8	
3	7	
4	7	
Totale	30	

ATTENZIONE:
- I COMPITI DISORDINATI O POCO LEGGIBILI NON SARANNO NEANCHE CORRETTI
- **GIUSTIFICATE LE VOSTRE ARGOMENTAZIONI**
- SCRIVETE LE RISPOSTE NEGLI APPOSITI RIQUADRI
- I FOGLI DI BRUTTA NON SARANNO ACCETTATI
- TUTTI I DISPOSITIVI ELETTRONICI (SMARTPHONES, TABLETS, TELEFONINI ETC ...) DEVONO ESSERE **SPENTI** E IN BORSA
- NON SONO AMMESSI LIBRI O APPUNTI.

Esercizio 1. Si considerino nello spazio euclideo $\mathbf{E}^3$, con coordinate cartesiane (x, y, z), i tre punti

$$P_0 = (1, -1, -1)\,, \quad P_1 = (0, -1, 0)\,, \quad P_2 = (0, 0, 2)\,, \quad P_3 = (1, 0, 1).$$

1. Verificare che P_0, P_1, P_2, P_3 sono complanari e scrivere l' equazione cartesiana del piano π che li contiene.
2. Verificare che P_0, P_1, P_2, P_3 sono vertici di un parallelogramma $\mathcal{P}$.
3. Calcolare l'area di $\mathcal{P}$.

Svolgimento (anche sul retro!):

Risposte:

Eq. cart. π: $\boxed{}$ Verifica vertici: $\boxed{}$ Area di $\mathcal{P}$: $\boxed{}$

Esercizio 2. Nel piano affine complesso $A^2(\mathbb{C})$ è data la curva algebrica $\mathcal{C}$ di equazione

$$Y^2(X-Y)-(X^2+Y^2)=0$$

1. Verificare che l'origine è un punto singolare e determinarne la molteplicità.
2. Determinare l'equazione di ogni tangente principale e per ognuna di queste determinare la sua molteplicità d'intersezione con la curva.
3. Determinare i punti impropri di $\mathcal{C}$.
4. Verificare che tali punti sono semplici per la chiusura proiettiva di $\mathcal{C}$; scrivere per ognuno di essi l'equazione della retta tangente.
La curva $\mathcal{C}$ ammette asintoti ?
5. Verificare che il punto $P=(0,-1)$ è semplice per $\mathcal{C}$ e scrivere l'equazione cartesiana della tangente τ a $\mathcal{C}$ in P.
Determinare $I(\mathcal{C},\tau;P)$.

Soluzione:

Risposta:

Esercizio 3. Piano euclideo E^2 con riferimento cartesiano ortonormale $RC(O, \underline{i}, \underline{j})$ fissato e coordinate associate (x, y).
1. Dimostrare che la conica $\mathcal{C}$ di equazione cartesiana

$$x^2 + y^2 + 10xy + 14\sqrt{2}x + 22\sqrt{2}y + 52 = 0$$

è un'iperbole. Determinarne il centro.
2. Determinare una conica canonica euclidea $\mathcal{D}$ ed un'isometria $\psi : E^2 \to E^2$ tali che $\psi(\mathcal{D}) = \mathcal{C}$.
3. Determinare l'equazione cartesiana degli asintoti dell'iperbole $\mathcal{C}$; determinare la distanza fra i due fuochi di $\mathcal{C}$.
4. Sia C il supporto di $\mathcal{C}$. Determinare esplicitamente un'isometria $\sigma : E^2 \to E^2$ tale che $\sigma(\mathrm{C}) = \mathrm{C}$.
5. Disegnare C.