

Corso di Laurea in Informatica
Algebra. a.a. 2023-24. Canale 1.
Compito in classe per la mattina del 15/11/2023

Esercizio 1. Stabilire se l'equazione congruenziale

$$20x \equiv 50 \pmod{30}$$

ammette soluzioni ed in caso affermativo determinare tutte le soluzioni non congruenti.

Esercizio 2. Consideriamo il sistema

$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{6} \\ 4x \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$$

Stabilire se il sistema ammette soluzioni ed in caso affermativo determinarle.

Esercizio 3.

1. Determinare $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_{15})$.

2. Per ogni $a \in \mathcal{U}(\mathbb{Z}_{15})$ calcolare a^{1347}

Esercizio 4. Sia G un gruppo, $f : G \rightarrow G$ un endomorfismo¹ di G e H un sottogruppo di G .

- (1) Verificare che, per ogni $a, b \in G$ se $ab = ba$, allora $a^{-1}b = ba^{-1}$.
- (2) Verificare che

$$K := \{x \mid x \in G, f(xh) = f(hx) \forall h \in H\}$$

è un sottogruppo di G . Suggerimento: dovrete utilizzare (1).

- (3) Dimostrare che se H è normale in G allora K è normale in G .

¹Un omomorfismo di G in G è detto un endomorfismo