

Corso di Laurea in Informatica
Algebra. a.a. 2023-24. Canale 1.
Compito a casa del 29/11/2023

Esercizio 1. Svolgere l'esercizio 5.8 di [A-dF]

Esercizio 2. Sia $L_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere l'espressione di $L_A, L_A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \dots$. Determinare la dimensione del nucleo di L_A . Determinare una base per lo spazio immagine.

Esercizio 3. Spiegare perché esiste ed è unica l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F(1, 1, 1) = (2, 3, 2), \quad F(0, 1, 1) = (1, 3, 2), \quad F(0, 1, -1) = (1, 1, -2).$$

(Per ragioni tipografiche scriveremo spesso i vettori di \mathbb{R}^n per righe.) Determinare l'immagine tramite F degli elementi della base canonica: $\underline{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\underline{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\underline{e}_3 = (0, 0, 1)$. (*Suggerimento:* esprimere i vettori della base canonica come combinazioni lineari dei vettori $(1, 1, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 1, -1)$ e applicare la linearità.)

Esercizio 4. Siano V e W due spazi vettoriali e $T : V \rightarrow W$ un'applicazione lineare. Sia $n = \dim V$ e $m = \dim W$.

4.1 Stabilire se la seguente proposizione è vera o falsa:

se $n > m$ l'applicazione lineare T non può essere iniettiva.

4.2. Stabilire se la seguente proposizione è vera o falsa:

se $n < m$ l'applicazione lineare T non può essere suriettiva.

Giustificate la vostra risposta.