

Corso di Laurea in Informatica
Algebra. a.a. 2023-24. Canale 1.
Compito a casa del 4/12/2023

Esercizio 1. Si consideri il sistema omogeneo di 3 equazioni in 6 incognite

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 0 \\ x_3 - 2x_4 + x_5 + x_6 = 0 \\ x_5 - x_6 = 0 \end{cases}$$

Osserviamo che trattasi di un sistema omogeneo a scala $S\underline{x} = \underline{0}$.

Determinare i pivots della matrice S . Determinare le variabili dipendenti del sistema e quelle libere. Risolvere il sistema. Sia Σ_0 l'insieme delle soluzioni. Spiegare perché Σ_0 è un sottospazio di \mathbb{R}^6 . Determinare $k \in \mathbb{N}$ e k vettori linearmente indipendenti $\{\underline{w}_1, \dots, \underline{w}_k\}$ in \mathbb{R}^6 in modo tale che

$$\Sigma_0 = \text{Span}(\underline{w}_1, \dots, \underline{w}_k)$$

Determinare il rango di S . Determinare una base per $\text{Im } S$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema di 3 equazioni in 6 incognite

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 1 \\ x_3 - 2x_4 + x_5 + x_6 = 2 \\ x_5 - x_6 = 1 \end{cases}$$

Stabilire se il sistema è compatibile ed in caso affermativo determinare l'insieme Σ delle sue soluzioni.

Esercizio 3. Si consideri il sistema di 3 equazioni in 6 incognite

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 - x_6 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 - 2x_6 = 2 \end{cases}$$

Stabilire se il sistema è compatibile ed in caso affermativo determinare l'insieme Σ delle sue soluzioni.