Corso di Laurea in Informatica
Algebra. a.a. 2023-24. Canale 1.
Compito a casa del 13/12/2023

Esercizio 1. Calcolare $\det A$ con

$$A := \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Calcolarlo con un opportuno sviluppo di Laplace e, in alternativa, tramite la riduzione a scala.

Esercizio 2. Utilizzando un opportuno sviluppo di Laplace, calcolare

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

e determinare per quali valori di k la matrice è invertibile.

Esercizio 3. Consideriamo le matrici

$$A = \begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ e & f & g & h \\ x & y & z & w \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} a & b & l & m \\ c & d & n & p \\ 0 & 0 & g & h \\ 0 & 0 & z & w \end{vmatrix}.$$

Dimostrare che

$$\det A = \det B = \det \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \cdot \det \begin{vmatrix} g & h \\ z & w \end{vmatrix}$$

Esercizio 4. Consideriamo $V = \mathbb{R}_2[t]$ e l'applicazione $T : V \to V$ che associa ad un polinomio la sua derivata: $T(p) := p'$. Sappiamo che T è lineare. Determinare la matrice A associata a T nella base canonica di V, $\mathcal{E} := \{1, t, t^2\}$, presa come base di partenza e come base di arrivo.
Calcolare $\det A$.