Geometria 1. II^0 Modulo. a.a. 01/02. Gruppo A-L (Prof. P. Piazza)

Programma d'esame

Testi :

- *Elementi di Algebra Lineare e Geometria* := **Elementi**
- *Complementi di Algebra Lineare e Geometria* := **Complementi**

di Silvana Abeasis, editi da Zanichelli. Le referenze bibliografiche si riferiscono a questi testi. I paragrafi sono da considerarsi nella loro interezza se non specificato diversamente.
In portineria, oppure su Internet alla pagina Web
`http://www.mat.uniroma1.it/people/piazza/index.htm`
sono disponibi le note e gli esercizi distribuiti durante il corso.

Spazi vettoriali metrici. Prodotto scalare canonico in $\mathbb{R}^n$. Proiettori ortogonali su sottospazi di $\mathbb{R}^n$ e loro matrici. Il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Sottospazi ortogonali e somme dirette ortogonali. Il prodotto hermitiano canonico. Matrici unitarie e cambiamenti di base ortonormali. Struttura metrica di uno spazio vettoriale.
Tutto il capitolo 8 di **Elementi**.

Matrici hermitiane e unitarie. Forma triangolare di una matrice. Matrici hermitiane. Matrici unitarie. Operatori hermitiani ed operatori unitari. *Facoltativo:* complementi sul teorema spettrale (note distribuite il 26/10/01 e disponibili in portineria oppure su Internet).
Tutto il capitolo 1 di **Complementi**.

Forme quadratiche reali. Forme quadratiche in una e due variabili. Problemi generali sulle forme quadratiche. Segnatura di una forma quadratica. Invarianti per congruenza. Forma canonica affine e metrica di una forma quadratica. Criteri perché una matrice simmetrica reale sia definita positiva (con l'esclusione dell'*Eliminazione di Gauss senza scambi di righe*). *Facoltativo:* complementi sulla diagonalizzazione delle forme quadratiche; ulteriori complementi su forme quadratiche e forme bilineari (note distribuite rispettivamente l' 8/11/01 e il 16/11/01 e disponibili in portineria oppure su Internet).
Tutto il capitolo 2 di **Complementi** con l'esclusione dei paragrafi 6 e 7.

Curve e superfici notevoli. Circonferenza. Ellisse, iperbole e parabola. Sfera, cilindro, cono. Ellissoide, paraboloidi, iperboloidi.
Capitolo 6 di **Elementi**; paragrafi 5 e 6.

Coniche e quadriche. Campi di vettori. Cambiamenti di coordinate cartesiane nello spazio e nel piano. Affinità e movimenti rigidi nel piano e nello spazio. La riduzione delle coniche a forma canonica. Invarianti affini e metrici delle coniche. Classificazione delle quadriche.
Tutto il capitolo 5 di **Complementi.**

Gruppi, azioni ed orbite. Gruppi astratti. Gruppi classici di matrici. Esempi di gruppi che nascono dalla geometria affine e metrica del piano e dello spazio. Azione di un gruppo su un insieme o su uno spazio vettoriale e corrispondenti orbite. Esempi. Orbite delle coniche rispetto ai gruppi $A_2(\mathbb{R})$ e $R_2(\mathbb{R})$ nel piano reale e complessificato.
Capitolo 6 di **Complementi**: paragrafi 1,2,4 (Escluso 4.6),5.

Geometria proiettiva. Coordinate cartesiane associate ad un riferimento cartesiano. Ampliamento analitico della retta, del piano e dello spazio con i punti all'infinito. Introduzione analitica degli spazi proiettivi. Riferimenti proiettivi. Coordinate omogenee associate alla scelta di un riferimento proiettivo. Proiettività. Definizione di birapporto e sua invarianza per proiettività. Calcolo esplicito del birapporto. [1]. Coniche nel piano proiettivo e nel piano proiettivo complessificato. Introduzione astratta degli spazi proiettivi (Escluso: 6.3, 6.4, 6.5, 6.6. *Facoltativo:* teorema di Desargues). Curve algebriche piane: ordine, punti semplici, tangente, punti doppi, tangenti principali, punti k-pli.

[1] Per questi ultimi due punti si consulti *Complementi di geometria proiettiva*, distribuito in classe il 20/12/01 e disponibile in portineria oppure su Internet