

Scritto di Analisi Matematica 2, 10/07/2012
aa 2011-2012

COGNOME: _____ **NOME:** _____ **MATRICOLA:** _____

Mettere tra parentesi il proprio nome e cognome se non si vuole che il voto e il proprio nominativo compaiano sulla pagina dei risultati dello scritto.

Nei seguenti quesiti a risposta multipla si indichi se le affermazioni fatte sono vere o false (indicando in modo chiaro con **V** le affermazioni vere, e con **F** quelle false)

Quesito A1 Sia $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ una funzione avente la concavità rivolta verso l'alto (quindi convessa). Allora

- 1) $f(x, y) \leq f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0), \forall (x, y), (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2.$...
- 2) La matrice Hessiana di f è definita positiva in $\mathbb{R}^2.$...
- 3) La matrice Hessiana di f è semi-definita positiva in $\mathbb{R}^2.$...

Quesito A2 Si consideri l'equazione $F(x, y) = 2x + \ln(xy) = 2.$ Allora

- 1) L'equazione definisce implicitamente una unica funzione $y = f(x)$ definita in un intorno di $x_0 = 1$ e tale che $f(1) = 1$
- 2) L'equazione definisce implicitamente una unica funzione $x = g(y)$ definita in un intorno di $y_0 = 1$ e tale che $g(1) = 1.$
- 3) La funzione $y = f(x) = \frac{e^{2(1-x)}}{x}$ è l'unica funzione definita implicitamente dall'equazione per ogni $x > 0.$...

Quesito A3 Sia $f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$ ($(x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$). Allora

- 1) f è sommabile su $B_1(0, 0) \setminus \{(0, 0)\}.$...
- 2) f è sommabile su $\mathbb{R}^2 \setminus B_1(0, 0).$...
- 3) f è sommabile su $B_2(0, 0) \setminus B_1(0, 0).$...

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B1 Consideriamo il campo di forze definito da

$$F(x, y) := \left(\frac{2x}{(3y - x^2)^2}, -\frac{3}{(3y - x^2)^2} \right).$$

- i) Determinare il dominio di F e stabilire se la forma differenziale associata a F è chiusa;
- ii) Calcolare, se esiste, una primitiva della forma differenziale associata ad F che si annulla nel punto $(0, 1)$;
- iv) Calcolare il lavoro compiuto da F lungo la curva γ costituita dall'arco della circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 5, tutto contenuto nel dominio di F e che collega i due punti $(-3, 4)$ e $(0, 5)$ (nell'ordine dato).

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B2 Sia $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) := \begin{cases} e^x - e^y & \text{se } y \leq x; \\ x - y & \text{se } y > x. \end{cases}$$

- i) Stabilire se f è continua su tutto \mathbb{R}^2 o in quale sottinsieme.
- ii) Stabilire se f è derivabile su tutto \mathbb{R}^2 o in quale sottinsieme.
- iii) Stabilire se f è differenziabile su tutto \mathbb{R}^2 o in quale sottinsieme.

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B3 Sia $f(x, y) := 2x^2 + y^2$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Determinare massimi e minimi assoluti di f ristretta al vincolo $F(x, y) = x^2 + (y - 1)^2 - 5 = 0$.

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B4 Sia D il dominio di \mathbb{R}^2 definito da

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, -x \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq 3\}.$$

Calcolare

$$\int_D xy \, dx \, dy.$$