

Scritto di Analisi Matematica 2, 20/07/2012 aa 2011-2012

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Mettere tra parentesi il proprio nome e cognome se non si vuole che il voto e il proprio nominativo compaiano sulla pagina dei risultati dello scritto.

Nei seguenti quesiti a risposta multipla si indichi se le affermazioni fatte sono vere o false (indicando in modo chiaro con **V** le affermazioni vere, e con **F** quelle false)

Quesito A1 Siano $f, g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ due funzioni tali che

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \leq \frac{\partial g}{\partial x}(x, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \leq \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Allora

- 1) $f(x, y) \leq g(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
- 2) $f(1, 1) - f(0, 0) \leq g(1, 1) - g(0, 0)$
- 3) $\frac{\partial f}{\partial v}(x, y) \leq \frac{\partial g}{\partial v}(x, y) \quad \forall v \in \mathbb{R}^2, (x, y) \in \mathbb{R}^2$

Quesito A2 Sia $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(x, y, z) \geq x^2 + y^2 + |z|$. Allora

- 1) f ammette minimo assoluto.
- 2) f ammette massimo assoluto.
- 3) Il minimo di f su \mathbb{R}^3 è uguale a zero.

Quesito A3 Sia $F \in C^1(\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}; \mathbb{R}^2)$ un campo vettoriale tale che $\text{rot}(F) = 0$ su tutto $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$. Allora

- 1) $\int_{+\partial B_1(0)} \langle F, T \rangle ds = 0$ (ossia il lavoro compiuto da F lungo $\partial B_1(0)$ percorsa in verso antiorario è nullo).
- 2) $\int_{+\partial B_1(0)} \langle F, T \rangle ds = \int_{+\partial B_2(0)} \langle F, T \rangle ds$ (entrambe le circonferenze essendo percorse in verso antiorario).
- 3) Esiste $U \in C^2(\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}; \mathbb{R})$ tale che $\nabla U = F$

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B1 Sia $F \in C^1(\mathbb{R}^3; \mathbb{R}^3)$ il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) := (x + y, e^x + 2y, 3z)$$

- i) Calcolare la divergenza di F
- ii) Calcolare il flusso di F uscente dalla frontiera di $B_1(0)$.
- iii) Calcolare il flusso di F uscente dalla frontiera di $B_2(0) \setminus B_1(0)$.

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B2 Sia $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) := x^4 + y^4 - x^2 - y^2$$

Determinare gli eventuali punti di sella, di massimo e di minimo di f su \mathbb{R}^2 (specificando se si tratta di massimi e/o minimi relativi o assoluti).

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B3 Sia $f(x, y) := 1 + (x^2 + y^2)|x|$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Determinare tutti i punti in cui f è continua, in cui è derivabile e in cui è differenziabile. .

COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____

Esercizio B4 Sia D il dominio di \mathbb{R}^3 definito da

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

Calcolare

$$\int_D \left(\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + 3x + 3y + 3z \right) dx dy dz.$$