

- 1) Calcolare massimo e minimo assoluto della funzione $f(x, y) := x - 2y + 2z$ sulla superficie sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
- 2) Siano $a, b > 0$. Trovare eventuali massimi e minimi della funzione $f(x, y) := \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ con la condizione $g(x, y) := x^2 + y^2 = 1$, poi quelli della funzione g con la condizione $f(x, y) = 1$. Interpretare geometricamente il risultato.
- 3) Relativamente al sistema

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 + 4z^2 = 0, \\ (x^2 - 1)(1 - x) = (1 + x)(y^2 + 4z^2 - 1), \end{cases}$$

dire quale dei seguenti casi è verificato:

- (a) il sistema individua localmente una funzione di una variabile a valori in $\mathbb{R}^2$ con grafico passante per il punto $(0, 0, 0)$;
- (b) non si sa se vale (a);
- (c) certamente (a) è falso e il sistema individua una funzione tra sottinsiemi di spazi diversi (di quali spazi?) con grafico passante per il punto $(0, 0, 0)$.

Ripetere l'esercizio sostituendo la prima equazione con la seguente: $x^2 - 2xy + y^2 + 4z^2 = 0$.

- 4) Trovare la minima distanza del punto $(1, 0)$ dalla parabola $y^2 = 4x$.
- 5) Calcolare estremo inferiore ed estremo superiore della funzione $f(x, y) := \frac{1}{y+1}$ nell'insieme $Z := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y - x^2)(x^2 + y^2 - 2y) = 0\}$.
- 6) Sia S l'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Trovare i punti di S che hanno distanza minima o massima dall'origine.