

1) Data la forma differenziale

$$w := \left(\frac{x-y}{x^2+y^2}\right)dx + \left(\frac{x+y}{x^2+y^2}\right)dy$$

- (i) se ne determini il dominio;
- (ii) si dica se esistono sottinsiemi del dominio in cui è esatta;
- (iii) se ne calcoli l'integrale sulla circonferenza di raggio unitario centrata nel punto $(3, 3)$, percorsa in verso antiorario.

2) Determinato l'insieme in cui è definita la forma differenziale lineare:

$$\omega := (3y \log x + 3y - y^2)dx + (3x \log x - 2xy)dy,$$

dire se essa è esatta e, in caso affermativo, calcolarne la primitiva che si annulla nel punto $(1, 1)$.

3) Dire se il campo vettoriale $F(x, y) = \left(e^{(x+y^2)} + y, 2ye^{(x+y^2)+x+2}\right)$ è conservativo e, in caso affermativo, calcolarne la funzione potenziale.

Detta poi Γ la curva che ha per sostegno la circonferenza $\{x^2 + y^2 = \pi\}$ percorsa una volta in senso orario a partire dal punto $(\sqrt{\pi}, 0)$, e Γ_1 la porzione di Γ contenuta nel semipiano $\{(x, y) : y \geq 0\}$, calcolare l'integrale della forma differenziale lineare associata ad F su Γ e su Γ_1 (o, equivalentemente, il lavoro di F lungo le due curve).

4) Data la forma differenziale

$$w := \frac{y}{xy-2}dx + \left(2y + \frac{x}{xy-2}\right)dy$$

- (i) se ne determini il dominio;
- (ii) si dica se esistono sottinsiemi del dominio in cui è esatta;
- (iii) si determini una primitiva in ciascuno di tali insiemi;
- (iv) se ne calcoli l'integrale sulla circonferenza di raggio unitario centrata nel punto $(3, 3)$, percorsa in verso antiorario.