

**Calcolo II, a.a. 2005–2006 — Esercizi 7 — 25 Novembre 2005**  
**corso dei Proff. M. Assunta Pozio e Antonio Siconolfi**  
**esercitazioni a cura della Dott.ssa Luisa Moschini**

1) Calcolare i seguenti integrali doppi, considerando i rispettivi domini prima normali rispetto all'asse  $x$  e poi normali rispetto all'asse  $y$ :

$$(i) \int \int_Q \frac{dx dy}{(x+y)^2}, \text{ dove } Q = [3, 4] \times [1, 2]; \quad (ii) \int \int_D \frac{x^2}{1+y^2} dx dy, \text{ dove } D = [0, 1] \times [0, 1].$$

2) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_Q \frac{e^{\frac{x}{y}}}{y^3} dx dy, \quad \text{dove } Q = [0, 1] \times [1, 2].$$

3) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_T (x - y^2) dx dy, \quad \text{dove } T \text{ é il triangolo di vertici } (0, 0), (1, 1) \text{ e } (2, -1).$$

4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_D \frac{dx dy}{1+x}, \quad \text{dove } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

5)

(i) Rappresentare il seguente dominio normale rispetto all'asse  $x$  come dominio normale rispetto all'asse  $y$ :  
 $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 4, 3x^2 \leq y \leq 12x\}$ .

(ii) Rappresentare il seguente dominio normale rispetto all'asse  $y$  come dominio normale rispetto all'asse  $x$ :  
 $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1, -\sqrt{1-y^2} \leq x \leq 1-y\}$ .

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_D e^{\frac{y}{x}} dx dy, \quad \text{dove } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 2, \frac{y}{2} \leq x \leq \min(y, 1)\}.$$

7) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_D x \sin^2(x+y) dx dy,$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0, |x+y| \leq \frac{\pi}{2}\}$  (Suggerimento: ricordare che  $\sin^2 t = \frac{1-\cos(2t)}{2}$ ).

8) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_Q \frac{x\sqrt{|y|}}{1+\sqrt{|y|}} dx dy, \quad \text{dove } Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2\}.$$

9) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_T |x+y|e^{x-y} dx dy,$$

dove  $T$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(1, -2)$ .

10) Definita  $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} [xt + \ln(1+xt)] dt$  per  $x \in (1, 2)$

(i) verificare che  $F'(x)$  esiste,

(ii) calcolare  $F'(x)$ .