

Programma di Analisi Matematica 2, 2011-12

M. Ponsiglione, M. A. Pozio

1. Spazi metrici

Definizione di spazi metrici e spazi normati.

Norme equivalenti in \mathbb{R}^n e topologia di \mathbb{R}^n .

Spazi notevoli di dimensione infinita: l^p e C^0 .

Completezza in spazi metrici. Spazi di Banach (ossia normati e completi).

Compattezza in spazi metrici.

Teorema delle contrazioni.

2. Funzioni di piu' variabili

Funzioni da \mathbb{R}^n a \mathbb{R} , limiti e continuita', insiemi di livello.

Derivate parziali, il gradiente, derivate direzionali e differenziabilita'.

Interpretazione geometrica del gradiente (direzione di massima pendenza) e del differenziale (piano tangente). Funzioni a gradiente nullo su un aperto.

Il differenziale di funzioni composte.

Derivate successive, teorema di Schwarz e formule di Taylor.

Funzioni da \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m , continuita', differenziabilita', matrice Jacobiana e differenziale di funzioni composte.

3. Il teorema delle funzioni implicite

Il teorema della funzione inversa.

Il teorema del Dini in \mathbb{R}^2 e delle funzioni implicite in \mathbb{R}^n .

Definizione parametrica e implicita di curve in \mathbb{R}^2 e superfici in \mathbb{R}^3 .

Teorema delle funzioni implicite per sistemi, e curve in \mathbb{R}^3 .

4. Massimi e minimi

Teoremi di esistenza di massimi e minimi di funzioni scalari.

Nozione di funzione convessa e unicita' del punto di minimo.

Massimi e minimi vincolati.

5. Forme differenziali

Richiami di integrali su curve

Campi vettoriali e il lavoro, 1-forme differenziali.

Il potenziale e le forme esatte.

Il rotore e le forme chiuse.

Lemma di Poincaré (esistenza del potenziale per forme chiuse in insiemi convessi o stellati).

6. Integrale di Riemann

Nozione di insieme misurabile secondo Peano-Jordan.

Criteri di misurabilità.

Integrale di Riemann e sue proprietà elementari.

Integrabilità delle funzioni continue.

7. Formule di riduzione e cambio di variabili

Formule di riduzione degli integrali multipli.

Teorema del cambiamento di variabili.

Cambi di variabili notevoli, coordinate polari, sferiche e cilindriche.

8. Passaggi al limite sotto il segno di integrale

Integrali dipendenti da un parametro e passaggi al limite.

Teorema di derivazione sotto il segno di integrale.

Integrali impropri (di funzioni positive, di funzioni illimitate e/o il cui dominio è illimitato).

9. Teorema della divergenza e di Stokes

Teorema della divergenza in dimensione 2.

Teorema di Stokes in dimensione 2.

10. Integrazione su superfici

Area di una superficie

Integrali su superfici.

Teorema della divergenza in dimensione 3 (enunciato).

Teorema Stokes in dimensione 3 (enunciato).