

Calcolo Differenziale — Test vero o falso

Corsi di Laurea in Informatica, a.a. 2013/14

Mettere una croce su vero o falso, lasciare in bianco se non si conosce la risposta.

Esercizio 1. L'insieme di definizione della funzione  $\sqrt{x}$  coincide con quello della funzione  $\sqrt{|x|}$ .  V  F

Esercizio 2. Siano  $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ , strettamente crescenti, ovvero  $\forall a, b \in A$  tali che  $a < b$  si ha  $f(a) < f(b)$  e  $g(a) < g(b)$ .

- i) La funzione  $h_1 = f + g$  è strettamente crescente  V  F
- ii) La funzione  $h_2 = f - g$  è strettamente crescente  V  F
- iii) La funzione  $h_3 = fg$  è strettamente crescente  V  F
- iv) Se  $f(x) > 0, g(x) > 0$  per ogni  $x \in A$  allora  $h_3$  è strettamente crescente  V  F
- v) Se  $f(x)g(x) > 0$  per ogni  $x \in A$  allora  $h_3$  è strettamente crescente  V  F

Esercizio 3. Date le espressioni  $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$  e  $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ . Determinare  $D_f$  e  $D_g$  ovvero i più grandi insiemi di  $\mathbb{R}$  in cui esse sono ben definite. *g o f SIGNIFICA CHE APPLICO g DOPO f*

- i) Date  $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : D_g \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione  $g \circ f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$  è ben definita  V  F
- ii) La funzione  $f \circ g : D_g \rightarrow \mathbb{R}$  è ben definita  V  F *x=0 AD ESEMPIO*
- iii) La funzione  $f \circ g : (1, \sqrt{2}) \rightarrow \mathbb{R}$  è ben definita  V  F *SE x > 1  $\frac{1}{x^2-1} > 1 \Leftrightarrow x^2 < 2 \Leftrightarrow x < \sqrt{2}$*

Esercizio 4. Data l'espressione  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  e determinata  $D_f$ :

- i)  $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$  è iniettiva  V  F  *$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$   $f(x) = y \Leftrightarrow 2x-1 = y(x+2) \Leftrightarrow x(y-2) = -1-2y$   
 $x = \frac{-1-2y}{y-2}$*
- ii) L'immagine di  $f$  è un intervallo  V  F *NO E'  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$*

Esercizio 5. La funzione  $f(x) = \frac{2x^4-6x^3}{x-3}$  è iniettiva nell'intervallo  $(3, +\infty)$   V  F *DIVIDENDO  $f(x) = 2x^3$  INIETTIVA IN REALTA' E' INIETTIVA SU  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$*

Domande aperte

Esercizio 6. Data l'espressione  $f(x) = \sqrt{|x-2|} - \sqrt{x}$  determinare  $D_f$ . *x >= 0 E  $|x-2| \geq \sqrt{x} \Leftrightarrow (x-2)^2 \geq x$   
 $x^2 - 5x + 4 \geq 0$   
 $x \leq 1$   $x \geq 4 \Rightarrow D_f = [0, 1] \cup [4, \infty)$*

Esercizio 7. Facendo riferimento all'Esercizio 3 determinare, nel caso in cui le affermazioni siano vere, le funzioni composte dei punti i), ii), iii).

*solo i) e ii)*  
i)  $g(f(x)) = \frac{1}{(\sqrt{x-1}+2)^2-1} = \frac{1}{x+2+4\sqrt{x-1}}$ , ii)  $f(g(x)) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1}-1} + 2 = 2 + \frac{\sqrt{2-x^2}}{x^2-1}$

Esercizio 8. Facendo riferimento all'Esercizio 4 determinare l'insieme  $f(D_f)$  ed eventualmente dare l'espressione esplicita per  $f^{-1}$  nel caso fosse definita.

*$f(D_f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$   $f^{-1}(y) = \frac{-1-2y}{y-2}$*