

Calcolo Differenziale — Test 2

Corsi di Laurea in Informatica, a.a. 2013/14

Mettere una croce su vero o falso, lasciare in bianco se non si conosce la risposta.

Esercizio 1. Sia x_0 un valore qualsiasi sulla retta estesa $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$. Sia f una funzione tale che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$.

- i) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{1 + f(x)} = 1$ ☒ V ☐ F
- ii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x) + 1} - \sqrt{f(x)} = 1$ ☐ V ☒ F
- iii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f^2(x)}{1 + f(x)} = 1$ ☐ V ☒ F
- iv) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f^2(x)}{1 + f(x)} = +\infty$ ☒ V ☐ F

Esercizio 2. Sia x_0 un valore qualsiasi sulla retta estesa $\overline{\mathbb{R}}$. Siano f, g due funzioni tale che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$.

- i) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g^2(x)} = +\infty$ ☒ V ☐ F
- ii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{g^2(x)} - f(x) = +\infty$ ☐ V ☒ F
- iii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{g^2(x)} + f(x) = +\infty$ ☒ V ☐ F
- iii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g^2(x)} - f(x) = +\infty$ ☒ V ☐ F

Esercizio 3. Sia x_0 un valore qualsiasi sulla retta estesa $\overline{\mathbb{R}}$. Sia f una funzione tale che $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt{f(x)}}{1 + f(x)} = 0$.

- i) Se esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$, necessariamente $l = 0$ ☒ V ☐ F
- ii) Se esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \overline{\mathbb{R}}$, necessariamente $l = 0$ ☐ V ☒ F

Esercizio 4. i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{x}-1} = 0, \forall n > 1$ ☒ V ☐ F

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{\sqrt{x^{2n}+1}} = 1, \forall n \geq 1$ ☒ V ☐ F

iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n}{\sqrt{x^{2n}+1}} = 1, \forall n \geq 1$ ☐ V ☒ F

Domande aperte

Esercizio 5. Calcolare i seguenti limiti.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x}{x^4 + 1} \xrightarrow{0}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 7x + 1}{x^3 + x} \xrightarrow{2}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x}{x + 1} \xrightarrow{-2/3}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1} \xrightarrow{1/4},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x+4} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \xrightarrow{1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 7}{x^4} - 3x + 1 \xrightarrow{-\infty}, \lim_{x \rightarrow 1} -\frac{1}{|x-1|} + \frac{(1-x)}{\sqrt[3]{(x-1)^5}} \xrightarrow{-\infty}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{x^4 + 1}{4x^4 + 2x^2 + 3}} \xrightarrow{1/2}.$$