

Calcolo Differenziale — Test 3

Corsi di Laurea in Informatica, a.a. 2013/14

Mettere una croce su vero o falso, lasciare in bianco se non si conosce la risposta.

Esercizio 1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos^2(x) + \frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x} + 2} = +\infty \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$$

Esercizio 2.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x) + \frac{x}{x+1} = 1 \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$$

Esercizio 3.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$$

Esercizio 4. Siano $f(x)$ una funzione definita su $\mathbb{R}$ e limitata e $g(x)$ tale che esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$

i) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = +\infty \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

ii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0 \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

Esercizio 5. Siano

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \neq 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{2x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases},$$

sia $l := \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} g \circ f(x) = \lim_{y \rightarrow l} g(y) \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} g \circ f(x) = g(f(0)) \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

iii) g ammette una discontinuità eliminabile nel punto $x = 0 \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

iv) la funzione $f \circ g$ è definita su tutto $\mathbb{R} \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

Esercizio 6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) + \beta & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \\ \frac{\alpha x + \beta}{|x| + 1} & \text{se } x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

i) Per ogni coppia $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la funzione f risulta continua in $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

ii) Per ogni coppia $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la funzione f risulta continua in $\mathbb{R} \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

iii) Esiste almeno una coppia $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tale che la funzione f risulta continua in $\mathbb{R} \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

iv) Se $\beta = 0$ esiste un unico valore $\alpha \in \mathbb{R}$ tale la funzione f risulta continua in $\mathbb{R} \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

v) Esiste un'unica coppia $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tale che la funzione f risulta continua in $\mathbb{R} \quad \boxed{\text{V}} \quad \boxed{\text{F}}$

Domande aperte

Esercizio 7. Calcolare i seguenti limiti.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \tan(x^2 + x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos(x^2) \frac{x^2 - 3x}{x^3 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + 3x)}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan(x)}{x - \frac{\pi}{2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{3x^4}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\frac{\pi x}{2})}{x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x}}.$$