

Calcolo Differenziale — Test 5

Corsi di Laurea in Informatica, a.a. 2013/14

Mettere una croce su vero o falso, lasciare in bianco se non si conosce la risposta.

Esercizio 1. Sia $f(x) = 2x + \arctan(x) + \frac{1}{x} + \cos(x)$

- i) f è crescente in $[1, \infty)$ V F
- ii) f è crescente in $(0, \infty)$ V F
- iii) esiste $c \in (0, \infty)$ tale che $f'(c) = 0$ V F

Esercizio 2. Sia f derivabile in (a, b) e continua in $[a, b]$

- i) f^2 derivabile in (a, b) V F
- ii) se $f(x) \geq 0$ in (a, b) \sqrt{f} derivabile in (a, b) V F
- iii) se $f^2(a) = f^2(b)$ esiste $c \in (a, b)$ tale che $f'(c) = 0$ V F
- iv) se $f(x) > 0$ in (a, b) e $\sqrt{f(a)} = \sqrt{f(b)}$ esiste $c \in (a, b)$ tale che $f'(c) = 0$ V F

Esercizio 3. Sia $f(x)$ definita in (a, b) e derivabile in $x_0 \in (a, b)$. Sia $h(x)$ continua in $[a, b]$ e derivabile in $x_0 \in (a, b)$ con $h'(x_0) = 0$.

- i) La funzione $|f|$ è derivabile in x_0 V F
- ii) Se $f(x_0) \neq 0$ si ha $(|f|)'(x_0) = \operatorname{sgn}(f(x_0))f'(x_0)$ V F
- iii) fh è derivabile in x_0 V F

Domande aperte

Esercizio 4. Dopo aver determinato l'insieme di definizione e l'insieme di derivabilità si calcolino le derivate delle seguenti funzioni

$$\cos(\sqrt{1-x^2}), \frac{x + \cos(x)}{1 - \sin(x)}, \sqrt{\sin(x)}, e^{\tan(x)}, \frac{x^2 - 6}{\log(x)}, \log(x^2 - x)$$

Esercizio 5. Sia $f(x) = 3x + 2\sin(x) + x^3 + 1$. Dimostrare che la funzione f è invertibile in \mathbb{R} . Calcolare $(f^{-1})'(1)$.

Esercizio 6. Sia $f(x) = \arctan x + \arctan(\frac{1}{x})$. Dimostrare che f è costante nell'intervallo $(0, \infty)$. Dimostrare che f è costante nell'intervallo $(-\infty, 0)$. La funzione è costante in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$?

Esercizio 7. Sia $f(x) = e^x - 2x + 1$. Determinare massimo e minimo di f nell'intervallo $[0, 2]$