

Calcolo Differenziale — Test 6

Corsi di Laurea in Informatica, a.a. 2013/14

Mettere una croce su vero o falso, lasciare in bianco se non si conosce la risposta.

Esercizio 1. i) Esistono funzioni convesse definite in $(0, +\infty)$ tali che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ☐ V ☐ F

ii) Esistono funzioni convesse definite in $(0, +\infty)$ tali che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ☐ V ☐ F

iii) Il prodotto di 2 funzioni convesse definite in $(0, +\infty)$ è convesso ☐ V ☐ F

Esercizio 2. Sia f derivabile 2 volte in (a, b) e continua in $[a, b]$. Se esiste $c \in (a, b)$ tale che $f(a) = f(c) = f(b)$.

Allora esiste un punto $d \in (a, b)$ tale che $f''(d) = 0$ ☐ V ☐ F

Esercizio 3. Sia $f(x)$ continua definita in $\mathbb{R}$. Supponiamo che esistano $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

i) La funzione f ammette minimo assoluto in $\mathbb{R}$ ☐ V ☐ F

ii) La funzione f non può ammettere punti di massimo relativo in $\mathbb{R}$ ☐ V ☐ F

Esercizio 4. La funzione $f(x) = \ln(x) + e^x$ ammette almeno un punto di flesso in $(0, +\infty)$ ☐ V ☐ F

Domande aperte

Esercizio 5. Dimostrare che la funzione $x^2 \sin(\frac{1}{x})$ si può estendere in modo continuo in $x = 0$. Dimostrare usando la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale che la funzione così estesa è anche derivabile in $x = 0$.

Esercizio 6. Sia $f(x) = \sin^2(x) - \cos(x)$. Determinare i punti di massimo e minimo relativo di f in $[0, 2\pi]$.

Esercizio 7. Sia $f(x) = \sqrt{|x|} + x^2$. Determinare massimo e minimo assoluto di f in $[-1, 1]$.

Esercizio 8. Data la funzione $f(x) = |\log(x)| + \frac{1}{x^2}$

determinare l'insieme di definizione, studiare il segno, calcolare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione, dire se ci sono asintoti, determinare l'insieme di derivabilità della funzione, studiare la monotonia, determinare massimi e minimi relativi, studiare convessità e concavità della funzione e dire se ci sono punti di flesso. Utilizzando le informazioni ottenute, disegnare il grafico della funzione.