

## Calcolo I - A.A. 2006/07

Foglio di Esercizi 05-10-2006

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = |x + 1| + 2$  definita su tutto  $\mathbb{R}$

1. disegnare sugli assi cartesiani tale funzione;
2. determinare l'insieme  $f^{-1}((-\infty, 3))$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = |x - 1| + x$  definita su tutto  $\mathbb{R}$

1. disegnare sugli assi cartesiani tale funzione;
2. determinare l'insieme  $f((1, 3))$ ,
3.  $f$  è una funzione monotona?

**Esercizio 3.** Quali di queste affermazioni sono vere ?

1.  $2 \in \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3^{-x} + 1 > 5\}$ ;
2.  $\frac{1}{3} \in \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 < 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} : \log_3(x) > 0\}$ ;
3.  $\frac{1}{3} \in \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 < 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : \log_3(x) > 0\}$ ;
4. ogni funzione dispari definita in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  strettamente crescente in  $(0, \infty)$  è strettamente crescente in  $(-\infty, 0)$ ;
5. per ogni funzione dispari definita in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  strettamente crescente in  $(0, \infty)$  si ha  $f((0, \infty)) \subset (0, \infty)$ .

**Esercizio 4.** Sia  $f(x) = x^3 + 3x + 4$  determinare  $f^{-1}(\{0\})$ .

**Esercizio 5.** Sia  $f(x) = 2 \sin^2(x) + 3 \cos(x)$  determinare  $f^{-1}(\{3\})$ .

**Esercizio 6.** Determinare gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni  $f_1 = \sqrt{\log(x - 2) - 1}$ ,  $f_1 = \log_2(\sqrt{x + 2})$ . Dimostrare che queste funzioni sono strettamente crescenti nei rispettivi insiemi di definizione.

**Esercizio 7.** Risolvere le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned} &\sqrt{x - 2} \leq 1 - x, \quad \sqrt{x^2 - 1} > x + 2, \quad \sqrt[5]{x - 2} < 2, \quad \sqrt[4]{x - 3} \leq 2, \\ &2^{x-3} > 16, \quad \frac{1}{2}^{x^2-3} > 2^x, \quad \log_2(2x + 2) > 2 \log_2(x), \quad \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) > 1, \\ &2 \sin^2(x) - 3 \sin(x) > -1, \quad \cos(x) - \sin^2(x) > 0, \quad \tan(x) + 2 \sin(x) \geq 0. \end{aligned}$$