

Calcolo I - A.A. 2006/07

Foglio di Esercizi 19-10-2006

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n}{n + 6}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{2n-3}{n+1}},$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \tan\left(\frac{3n+1}{n+6}\right), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi n^2 + 2}{2n^2 + 7}\right).$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n + n}{n^3 + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 - n + 1} - 2n}{n + 1}.$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(n+1) \frac{\sin(\frac{1}{n})}{n^3 + n}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{e^n n!},$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{n-2}{n^2 + 1}\right)^{n^3}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{\frac{1}{n}},$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^n, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} n \tan \frac{n}{n^2 + 1}.$$

Esercizio 4. Sia $A = \{\frac{n+2}{n^2+3} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Determinare $\sup A$ ed $\inf A$ e dire se esistono il massimo e il minimo di A .

Esercizio 5. Sia a_n la successione definita per ricorrenza nel seguente modo

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 1.$$

- i) Dimostrare che $a_n > 0$ per ogni $n \geq 1$ (si usi l'induzione);
- ii) provare che la successione a_n é strettamente crescente;
- iii) si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n.$$