

Calcolo Differenziale — *I prova in itinere (13 novembre 2009)*

a.a. 2009/10

*proff. G. Crasta, A. Figà Talamanca, A. Terracina*

Un esercizio si considera risolto se le risposte sono corrette e sono giustificate in maniera chiara e completa.

Esercizio 1. Tracciare il grafico della funzione  $f(x) = |x^2 - 4|$  e determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione  $f(x) \leq 0$ .

Esercizio 2. Dimostrare che l'equazione  $x^3 + 2x^2 - x - 1 + \sin(2\pi x) = 0$  ammette almeno una soluzione nell'intervallo  $[0, 1]$ , e individuare un sottointervallo di lunghezza  $\frac{1}{4}$  contenente una soluzione.

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + 1}{x^2 + \sqrt{x}} \cos(x)$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 + x}}{x^2} \sin(2x).$$

Esercizio 5. Stabilire in quali punti dell'intervallo aperto  $]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}[$  è differenziabile la funzione  $f(x) = x|\tan(x)|$ . Calcolarne la derivata in tutti i punti in cui esiste, indicare i punti in cui non esiste e spiegare perché.

Esercizio 6. Stabilire in quali punti dell'intervallo aperto  $]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}[$  è differenziabile la funzione  $f(x) = \sqrt{1 - \cos(x)}$ . Calcolarne la derivata in tutti i punti in cui esiste, indicare i punti in cui non esiste e spiegare perché.