

Tutoraggio - Calcolo I (Integrali)

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti immediati

a) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx, \quad \int \frac{dx}{x \ln^3 x}, \quad \int x^2 e^{x^3} dx.$

b) $\int \frac{\arctan^4 x}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{x}{(1-x^2)^3} dx, \quad \int \frac{1+\cos x}{x+\sin x} dx.$

c) $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx, \quad \int \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \int \frac{\sin(2x)}{1+\sin^2 x} dx.$

2. Provare che le funzioni $F(x) = \sin^2 x + 7$ e $G(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) - 11$ sono due primitive di una stessa funzione $f(x)$; trovare $f(x)$ e dire per quale costante differiscono $F(x)$ e $G(x)$.

3. Calcolare i seguenti integrali

a) $\int \ln(1+x) dx, \quad \int 2xe^{-x} dx, \quad \int (x+1)^2 \cos x dx.$

a*) $\int e^x \sin x dx, \quad \int \sqrt{1-x^2} dx$ (* Per parti).

b) $\int \frac{2x^2 - 3x + 7}{x-5} dx, \quad \int \frac{3x-4}{x^2-6x+8} dx, \quad \int \frac{x^5 - 3x^4 + x + 3}{x^2-1} dx.$

b*) $\int \frac{3x}{x^3-1} dx, \quad \int \frac{x^5 - x + 1}{x^4 + x^2} dx.$

c) $\int \frac{e^x}{e^{2x} - 3e^x + 2} dx, \quad \int \frac{x + \sqrt{x-1}}{x-5} dx, \quad \int \sqrt{1-x^2} dx$ (* Per sostituzione).

4. Calcolare i seguenti integrali definiti

a) $\int_0^1 \frac{x-1}{x^2-4} dx,$

b) $\int_0^2 \frac{\ln(2x+1)}{(2x+1)^2} dx,$

c) $\int_9^{16} \frac{\sqrt{x}-3}{x-3\sqrt{x}+2} dx.$