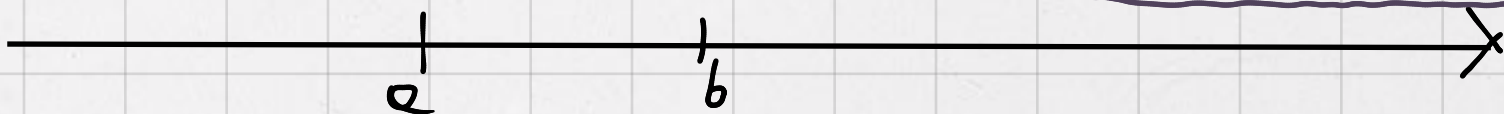


RETTA REALE

INTERVALLI

→ SE CI SONO 2 ELEMENTI
ALLORA CI SONO TUTTI QUELLI
COMPRESI TRA ESSI



$$a < x < b \quad \text{or} \quad a \leq x \leq b$$

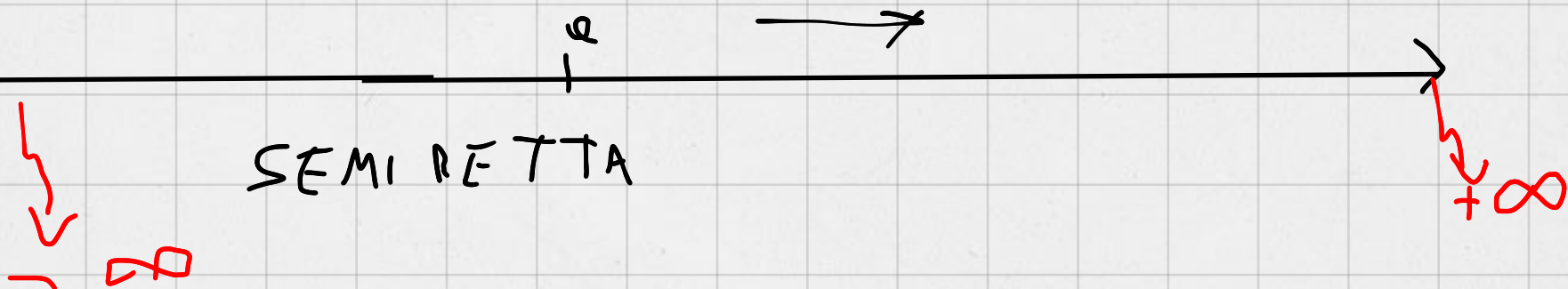
$$\downarrow$$
$$(a, b)$$

$$\downarrow$$
$$[a, b]$$

MA ANCHE $a \leq x < b \leadsto [a, b)$ or

$a < x \leq b \leadsto (a, b]$

$x \geq a$?



SEMI RETTA

$$x \geq a \quad [a, +\infty), \quad x > a \quad (a, \infty), \quad x \leq a \quad (-\infty, a]$$

$$x < a \quad (-\infty, a)$$

$$(a, b), (a, +\infty), (-\infty, a)$$

INTERVALLI APERTI

$$[a, b], [a, \infty), (-\infty, a]$$

CHiusi

OSSERVAZIONE

1) INTERSEZIONE DI INTERVALLI $\mathcal{I}$

CORRISPONDE A UN INTERVALLO OPPURE

E' L'INSIEME VUOTO $\emptyset$

INVECE UNIONE DI INTERVALLI $\mathcal{I}$

GENERALE NON E' UN INTERVALLO

NEL CORSO SPESSO AVREMO A CHE

FARE CON SOTTO INSIEMI DI $\mathbb{R}$

CHE SONO UNIONI DI INTERVALLI

O SEMPLICI INTERVALLI

ESEMPI

① $A = [1, 5)$ $B = (2, 9]$

$A \cup B = [1, 9]$ $A \cap B = (2, 5)$

② $A = (0, 1) \cup [3, 6)$ $B = [4, 10)$

$$A \cup B = (0,1) \cup [3,10)$$

$$A \cap B = [4,6)$$

DISTANZA IN $\mathbb{R}$

QUANTO MISURA UN INTERVALLO?

IN MODO NATURALE $[a,b]$ MISURERÀ

$b-a$ LO STESSO $[a,b)$, $(a,b]$ e (a,b)

DISTANZA TRA DUE ELEMENTI DI $\mathbb{R}$?

a e b ?

SARÀ DATA DA $b-a$ SE $b \geq a$

$a-b$ SE INVECE $a > b$

VALORE ASSOLUTO

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

QUINDI LA DISTANZA TRA a e b SI SCRIVE $\rightarrow |a-b|$

RICHIAMI EQUAZIONI E DISQUAZIONI

Eq di Grado I

$$ax + b = 0$$

----- II

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Eq di Grado n

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

$$ax + b = 0 \quad \text{ALGEBRA ELEM.} \quad x = -\frac{b}{a}$$

$$ax + b - b = -b \quad ax = -b \Rightarrow a^{-1} ax = -a^{-1} b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \sim x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$$

$$\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

EQUAZIONE DEL TIPO $y^2 = K$ $\left[y = x - \frac{b}{2a} \right.$
 $\left. K = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$

$y^2 = K$? K NEGATIVO ? NO
 > 1 TROVA SOLUZIONI.

ABBIAMO DETTO CHE VALE LA REGOLA

$++ = +$ e $-- = +$ QUINDI $y \cdot y \geq 0$

$$K = 0 \rightarrow y = 0 \quad \text{FACILE}$$

$K > 0$? $y = \sqrt{K} \rightarrow$ NUMERO POSITIVO CHE
 MOLTIPLICATO PER SE
 STESSO DA K

ALTRE SOLUZIONI?

$$y = -\sqrt{x} \quad \text{INFATTI} \quad (-\sqrt{x}) \cdot (-\sqrt{x}) = x$$

QUINDI LE SOLUZIONI SONO $\pm\sqrt{x}$

TORNIAMO ALL'EQUAZIONE INIZIALE

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$a > 0$ SE $b^2 - 4ac > 0 \quad \exists$ SOLUZIONI.

ALTRIMENTI NO!

$$\text{SE } \Delta = b^2 - 4ac = 0 \quad \text{ALLORA } x + \frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{SE } \Delta > 0 \quad x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

NOTA FORMULA PER LA SOLUZIONE DI
EQUAZIONI DI II° GRADO

GRADO SUPERIORE?

CI SONO FORMULE PIÙ COMPLICATE
PER EQUAZIONI DI GRADO 3 e 4

OLTRE IL GRADO 4 IN GENERALE

~~∃~~ (NON ESISTE) UNA FORMULA

COSA SI CERCA DI FARE?

SE POSSIBILE FATTORIZZARE !!!

ESEMPIO $x^4 - 1 = 0 \dots$

$$x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

SI USA IL FATTO CHE UN
PRODOTTO È NULLO $\Leftrightarrow$ UNO DEI FATTORI
È NULLO

$$x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1$$

$$x + 1 = 0 \longrightarrow x = -1$$

$$x^2 + 1 = 0 \longrightarrow \text{NO SOLUZ.}$$

IMPORTANTE REGOLA DI RUFFINI

$x^5 - 4x^2 + 3 = 0 \rightarrow$ AD OCCHIO! MI ACCORGO
CHE $x = 1$ È SOLUZ.

QUINDI CERCO DI FATTORIZZARE $x^5 - 4x^2 + 3 = (x - 1)(\dots)$
 $(\dots) = ?$

RICHIAMO RUFFINI

$$x^5 - 4x^3 + 3 = (x-1)(\dots)$$

	1	0	-4	0	0	3
1		1	1	-3	-3	-3
	1	1	-3	-3	-3	0

$$x^5 - 4x^3 + 3 = (x-1)(x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x - 3) \rightarrow \text{DEVO RISOLVERE}$$

IL SECONDO FATTORE

↓
Formula 4

GRADO 4.

ES. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = \dots$

$x=1$ SOLVZ...

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \end{array}$$

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-1)(x^2 - x - 2) \Rightarrow$ Eq GRADO 2

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} < \begin{cases} \frac{1-3}{2} = -1 \\ \frac{1+3}{2} = 2 \end{cases}$

SOLUZIONI $x = -1, x = 1, x = 2$

NOTA PENE' COME MOSTRA IL PRIMO
ESEMPIO NON SEMPRE SI RIESCE
A TROVARE IN FORMA SEMPLICE LE
SOLUZIONI. ANZI IN GENERALE DAC GRADO
5 IN SU E' IMPOSSIBILE FARLO A
MENO DI ESSERE "MOLTO" FORTUNATI

DISEGUAGLIAMENTI

PER QUALI x È VERA CHE UNA
DETERMINATA DISUGUAGLIANZA È
VERIFICATA?

GRADO 1 $ax + b \geq 0 \leadsto ax \geq -b$

$a > 0$ SI HA $x \geq -\frac{b}{a}$ (REGOLE SUL PRODOTTO
DEI SEGNI)
 $a < 0$ $\dots\dots x \leq -\frac{b}{a}$

GRADO 2 $ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right] \geq 0$

$a > 0$ [SE $a < 0$ DIVENTA TUTTO COMPLEMENTARE]

$\Delta < 0$ $\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} > 0$ QUINDI LA DISUG.
È SEMPRE VERA

$\Delta = 0$ STESSO DISCORSO OSSERVANDO
CHE LA DISUG. È STRETTA (> 0)
SE $x \neq -\frac{b}{2a}$

$\Delta > 0$ L'EQ HA 2 SOLUZ. x_1 e x_2

DATI DALLE FORMULE PRECEDENTI PER CUI

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x - x_1)(x - x_2) \geq 0$?

REGOLA DEI SEGNI $\rightarrow (x - x_1)$ e $(x - x_2)$
 $\downarrow \quad \swarrow$
SEGNO CONCORDE

$$x_1 < x_2$$

$$x \geq x_1 \text{ e } x \geq x_2 \Rightarrow x \geq x_2$$

$$x \leq x_1 \text{ e } x \leq x_2 \Rightarrow x \leq x_1$$

$$\text{LA SOLUZIONE È } x \geq x_2 \text{ o } x \leq x_1$$

$$(-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$$

PER ESPRESSIONI PIÙ COMPLICATE

L'IDEA È SEMPRE CERCARE DI
FATTORIZZARE E USARE LE REGOLE
SUL PRODOTTO DEI SEGNI !!!

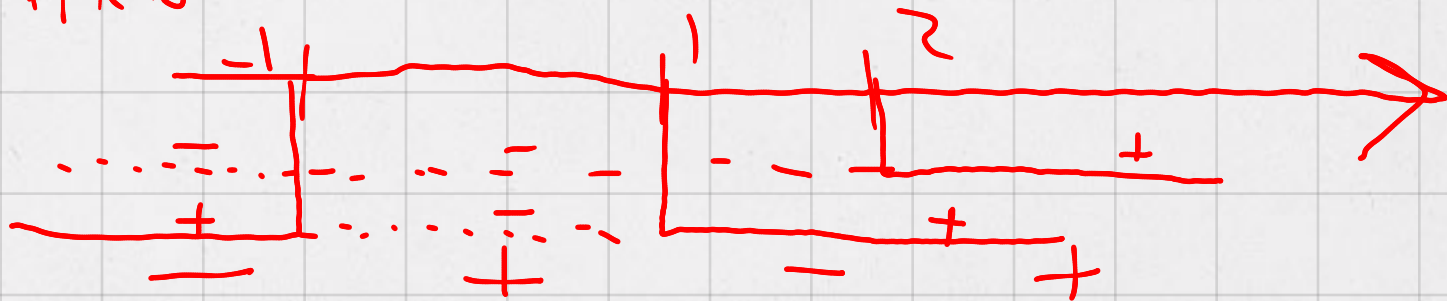
$$\frac{x-2}{x^2-1} \geq 0 \rightarrow \text{FATTORI} \quad x-2 \text{ È } \frac{1}{x^2-1}$$

$$x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$\frac{1}{x^2-1}$ ATTENZIONE! NON DEVE ESSERE
NULLO IL DENOMINATORE!

$$x^2-1 > 0 \text{ (DIS. 2° GRADO)} \quad x > 1 \text{ e } x < -1$$

METODO GRAFICO



LA DISEQ È VERIFICATA SE E SOLO

$$\text{SE } -1 < x < 1 \quad \vee \quad x \geq 2$$

$$\rightarrow (-1, 1) \cup [2, \infty)$$

È IMPORTANTE SEMPRE RICORRERSI
ALLA FORMA "ESPRESSIONE DI $x'' \geq 0$ (> 0
 ≤ 0
 < 0)

QUINDI POTENZIALMENTE

$$\frac{P_m(x)}{Q_m(x)} \geq 0 \quad (P_m \text{ e } Q_m \text{ POLINOMI})$$

SI RISOLVE NEL MOMENTO IN CUI

SIAMO IN GRADO DI FATTORIZZARE

P_m e Q_m IN POLINOMI DI GRADO

1 e 2

MODULO $|x|$

PROPRIETA'

$$i) |x| \geq 0, \quad |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$ii) |xy| = |x| |y|$$

$$iii) |x+y| \leq |x| + |y| \rightarrow \text{DISUGUAGLIANZA TRIANGOLARE}$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad \text{ovvero}$$

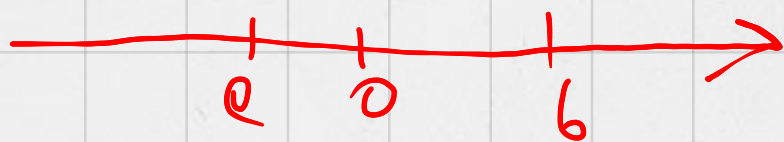
$$x \leq 0, y \leq 0 \quad \dots$$

$$x \geq 0, y < 0$$

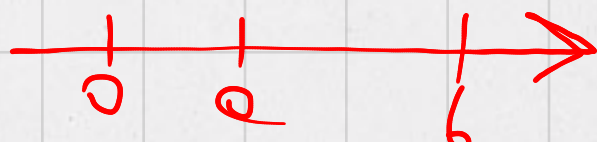
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{SE } x \geq -y \Rightarrow |x+y| = x+y = |x| - |y| \leq |x| + |y| \\ \text{SE } x < -y \Rightarrow |x+y| = -x-y = -|x| + |y| \leq |x| + |y| \end{array} \right.$$

DIS. TRIANGOLARE

$$|6-2| \leq |6| + |-2| = |6| + |2|$$



DIS. SINISTRA



UGUAGLIANZA

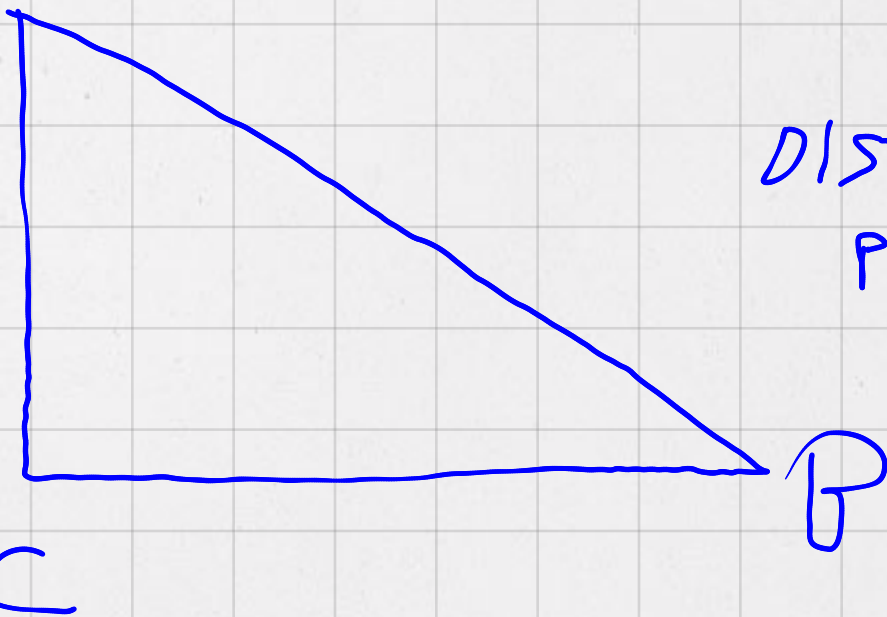
ALTRA

CONSEGUITA

DATI $Q, b, c \in \mathbb{R}$

$$|Q - b| \leq |Q - c| + |b - c|$$

A



DISTANZA NEL
PIANO

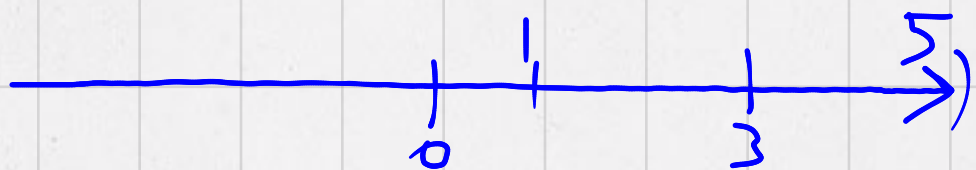
$$|AB| \leq |AC| + |BC|$$

$$\begin{aligned} |Q - b| &= |Q - c + c - b| \leq |Q - c| + |c - b| = \\ &= |Q - c| + |b - c| \end{aligned}$$

DISEQUAZIONE CON IL MODULO

ES $|x-3| < 2$ | PUNTI CHE

DISTANZA
DA 3
MENO DI 2



$$\begin{cases} x \geq 3 & |x-3| < 2 \Rightarrow x-3 < 2 \Rightarrow x < 5 \\ x < 3 & |x-3| < 2 \Rightarrow 3-x < 2 \Rightarrow x > 1 \end{cases}$$

AVENDO LA SOLUZIONE E' $1 < x < 5$
 $(1, 5)$

IN GENERALE

$$|x-a| < k \quad \text{HA SOLUZIONE SE } k > 0$$

$$\text{LA SOLUZIONE E' } a-k < x < a+k$$

$$(a-k, a+k)$$

ALTRA DISER CON IL MODULO

$$|x-2| + x < -1$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \Rightarrow x-2+x < -3 & 2x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \\ x < 2 \Rightarrow 2-x+x < -3 & 2 < -3 \text{ MAI!} \end{cases}$$

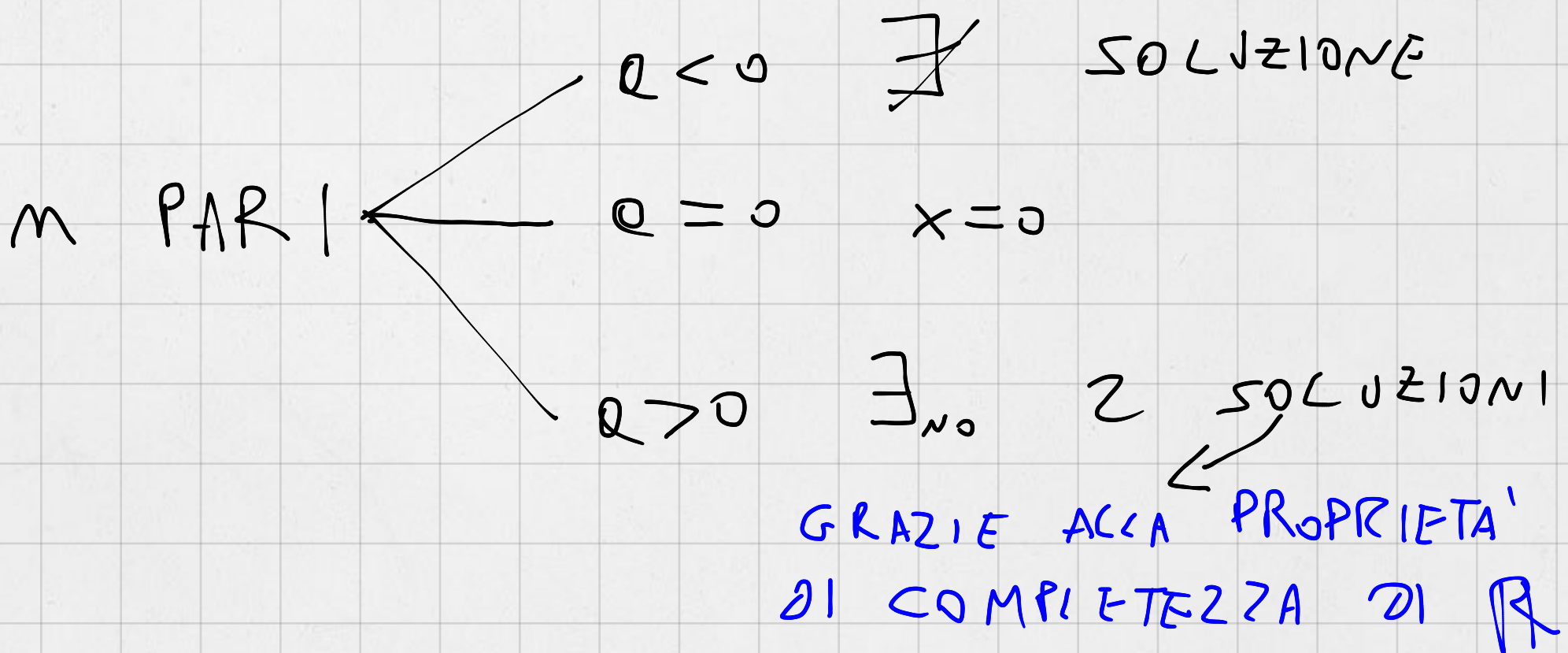
$$|x-4| \geq -x, \quad |x+6| \leq |2-x|,$$

$$x^2 + |2x-3| \geq 0 \dots$$

RADICI DI ORDINE $\boxed{m}$

$$\underline{E' q}$$

$$x^m = q$$



UNA SOLUZIONE POSITIVA CHE CHIAMO $\sqrt[m]{q}$ E QUELLA NEGATIVA CHE E' L'OPPOSTO DI QUESTA QUINDI $-\sqrt[m]{q}$

m DISPARI $\longrightarrow$ SEMPRE UN'UNICA SOLUZIONE $\sqrt[m]{q}$

NOTA BENE SE m E' PAR $\sqrt[m]{q}$ E' ≥ 0
 m DISPARI DIPENDE DAL SEGNO DI q

OSSERVAZIONE $|x| = \sqrt[3]{x^2}$

$\sqrt[n]{x} \rightarrow$ "RADICE n-SIMA DI x"

EQUAZIONI CON RADICI

$\sqrt{x+1} = x-1$? ELEVARE AL QUADRATO

ATTENZIONE PERO' $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

INOLTRE $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ ESSENDO VERACE

$\sqrt{x+1} \geq 0$

quindi, $(\sqrt{x+1})^2 = (x-1)^2, x \geq 1$

$x+1 = x^2 - 2x + 1 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=3 \end{matrix}$

$0 \nless 1$ e $3 > 1$ PER CUI SOLT

$x=3$ E' SOLUZIONE DELL'EQ INIZIALE

$\sqrt[3]{x^3+x} = x-1$

$x^3+x = (x-1)^3$

[IN QUESTO CASO L'EQUAZIONE E' EQUIVALENTE SENZA ULTERIORI CONDIZIONI]

$x^3+x = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \rightarrow 3x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-3}}{3}$

NO SOLUZIONE REALE!

DISEQUAZIONI CON RADICI

OSSERVAZIONE IMPORTANTE

n DISPARI DATI $a, b \in \mathbb{R}$

$$a \leq b \Leftrightarrow a^n \leq b^n \quad (\text{STESSO CON "}")$$

$$\text{QUINDI } \sqrt[n]{a} \leq \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a \leq b$$

QUINDI ELEVANDO (O FACENDO LA RADICE n -SIMA) DI ENTRAMBI I MEMBRI SI OTTIE NE UNA DISEQUAZIONE EQUIVALENTE

SE n E' PARI DATI $a, b \in \mathbb{R}$ $a \geq 0, b \geq 0$

$$a \leq b \Leftrightarrow a^n \leq b^n \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} \leq \sqrt[n]{b}$$

SE a O b SONO NEGATIVI LA SITUAZIONE E' DIVERSA OVVIAMENTE

LA TERZA DISUG. NON HA SENSO MENTRE

MENTRE L'IMPLICAZIONE $a \leq b \Rightarrow a^n \leq b^n$

NON E' PIU' VERA IN GENERALE

ESEMPIO $a = -2$ $b = 1$ $a < b$ MA
 $a^2 = 4$ $b^2 = 1$ QUINDI $a^2 > b^2$

AD ESEMPIO POSSIAMO ELEGERE
 AL QUADRATO I MEMBRI DI UNA
 SEQUENZA MA PER AVERE UNA DISEQ.
 EQUIVALENTE DOBBIAMO ESSERE SICURI
 CHE ENTRAMBI I MEMBRI INIZIALI SIANO
 NON NEGATIVI (≥ 0)

$$|x-1| \leq |x-2| \text{ E' EQUIVALENTE A}$$

$$|x-1|^2 \leq |x-2|^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq (x-2)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow 2x - 3 \leq 0$$

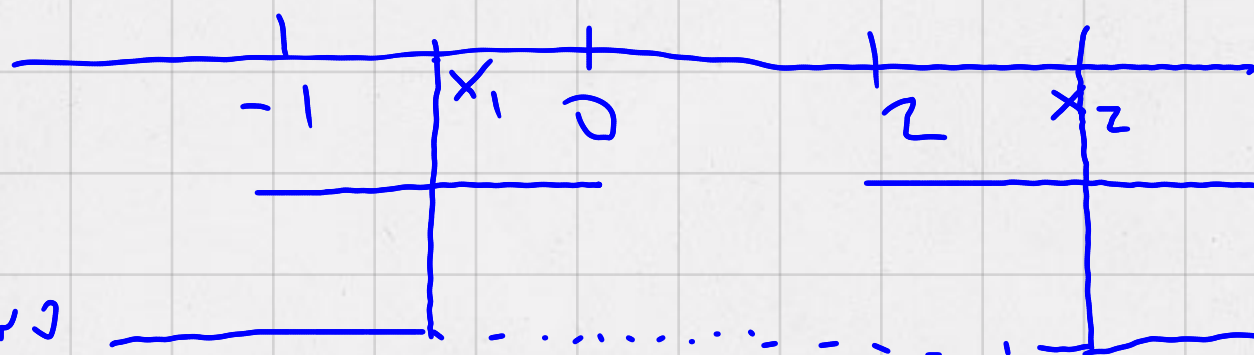
$$x \leq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x+1} \leq \sqrt{x^2-2x} \text{ PRIMA } x+1 \geq 0 \text{ e } x^2-2x \geq 0$$

$$\text{OVVERO } \underbrace{x \geq -1 \text{ e } x \leq 0 \text{ o } x \geq 2} \Rightarrow \underbrace{x \geq 2 \text{ e } -1 \leq x \leq 0}$$

$$\text{POI } x+1 \leq x^2-2x \Rightarrow x^2-3x-1 \geq 0$$

$$\text{RADICI } x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} \begin{cases} \frac{3+\sqrt{13}}{2} = x_2 \\ \frac{3-\sqrt{13}}{2} = x_1 \end{cases} \quad x \leq x_1 \text{ o } x \geq x_2$$



$$\text{sol. } [-1, x_1] \cup [x_2, \infty)$$

$\Rightarrow$

seguo

$$\text{DISEQ. } \sqrt{P(x)} \leq Q(x)$$

$$\sqrt{P(x)} \geq Q(x)$$

$$\textcircled{1} \sqrt{P(x)} \leq Q(x)$$

col i) $P(x) \geq 0$ poi ii) $Q(x) \geq 0$ in quanto

più grande di una cosa già positiva
infine possiamo elevare al quadrato

$$\text{iii) } P(x) \leq Q^2(x)$$

SISTEMA

$$\begin{cases} P(x) \geq 0 \\ Q(x) \geq 0 \\ P(x) \leq Q^2(x) \end{cases}$$

ESEMPIO

$$\sqrt{x-2} \leq x+3$$

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3 \\ x-2 \leq (x+3)^2 \end{cases}$$

$$x^2+6x+9 \geq x-2 \rightarrow x^2+5x+11 \geq 0 \quad \text{SEMPRE}$$

$$\Delta > 0$$

$$\text{Soluz. } x \geq 2 \leftrightarrow [2, \infty)$$

$$(2) \quad \sqrt{P(x)} \geq Q(x)$$

CASO I° $Q(x) \leq 0$ ALLORA PASTA $P(x) \geq 0$

PER AVERE SOLUZIONI IN TUTTI IL
PRIMO MEMBRO (CHE $\exists$) E' NON NEGATIVO,
MENTRE IL SECONDO NON POSITIVO

$$\begin{cases} P(x) \geq 0 \\ Q(x) \leq 0 \end{cases} \quad \text{FORNISCE SOLUZIONI}$$

CASO II° $Q(x) \geq 0$ SERVIREBBE
SEMPRE $P(x) \geq 0$ MA! SE ELEVANDO
AL QUADRATO $\sqrt{P(x)} \geq Q(x)$ ABBIAMO
 $P(x) \geq Q^2(x) \geq 0$ QUIDI E' GIA' CONTENUTA
IN QUESTA PER CUI

$$\begin{cases} Q(x) \geq 0 \\ P(x) \geq Q^2(x) \end{cases} \quad \text{FORNISCE ALTRE SOLUZIONI}$$

QUINDI LE SOLUZIONI SONO

$$\left\{ \begin{array}{l} Q(x) \leq 0 \\ P(x) \geq 0 \end{array} \right. \quad \text{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q(x) \geq 0 \\ P(x) \geq Q^2(x) \end{array} \right.$$

ESEMPIO $\sqrt{x+2} \geq x-1$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-1 \leq 0 \rightarrow x \leq 1 \\ x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \end{array} \right. \rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

$\downarrow$
 $[-2, 1]$

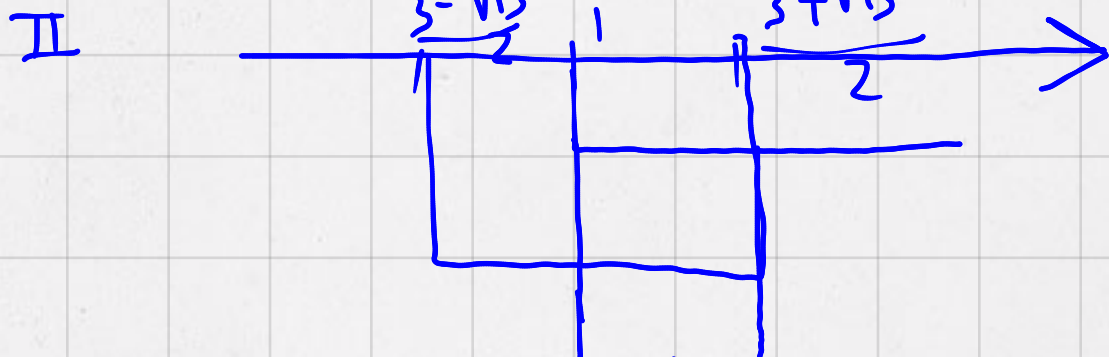
$$\left\{ \begin{array}{l} x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \\ x+2 \geq (x-1)^2 \end{array} \right. \quad x+2 \geq x^2-2x+1 \rightarrow x^2-3x-1 \leq 0$$

RADICI $x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2}$

$x_1 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$
 $x_2 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$

$$\frac{3-\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$$



METODO GRAFICO
PER SISTEMI

VERE ENTRAMBE

$$1 \leq x \leq \frac{3+\sqrt{13}}{2} \rightarrow \left[1, \frac{3+\sqrt{13}}{2} \right]$$

ORA I $\cup$ II $\rightarrow$ UNIONE

$$[-2, 1] \cup \left[1, \frac{3+\sqrt{13}}{2} \right] \rightsquigarrow \left[-2, \frac{3+\sqrt{13}}{2} \right]$$

SOLUZIONE

COORDINATE CARTESIANE

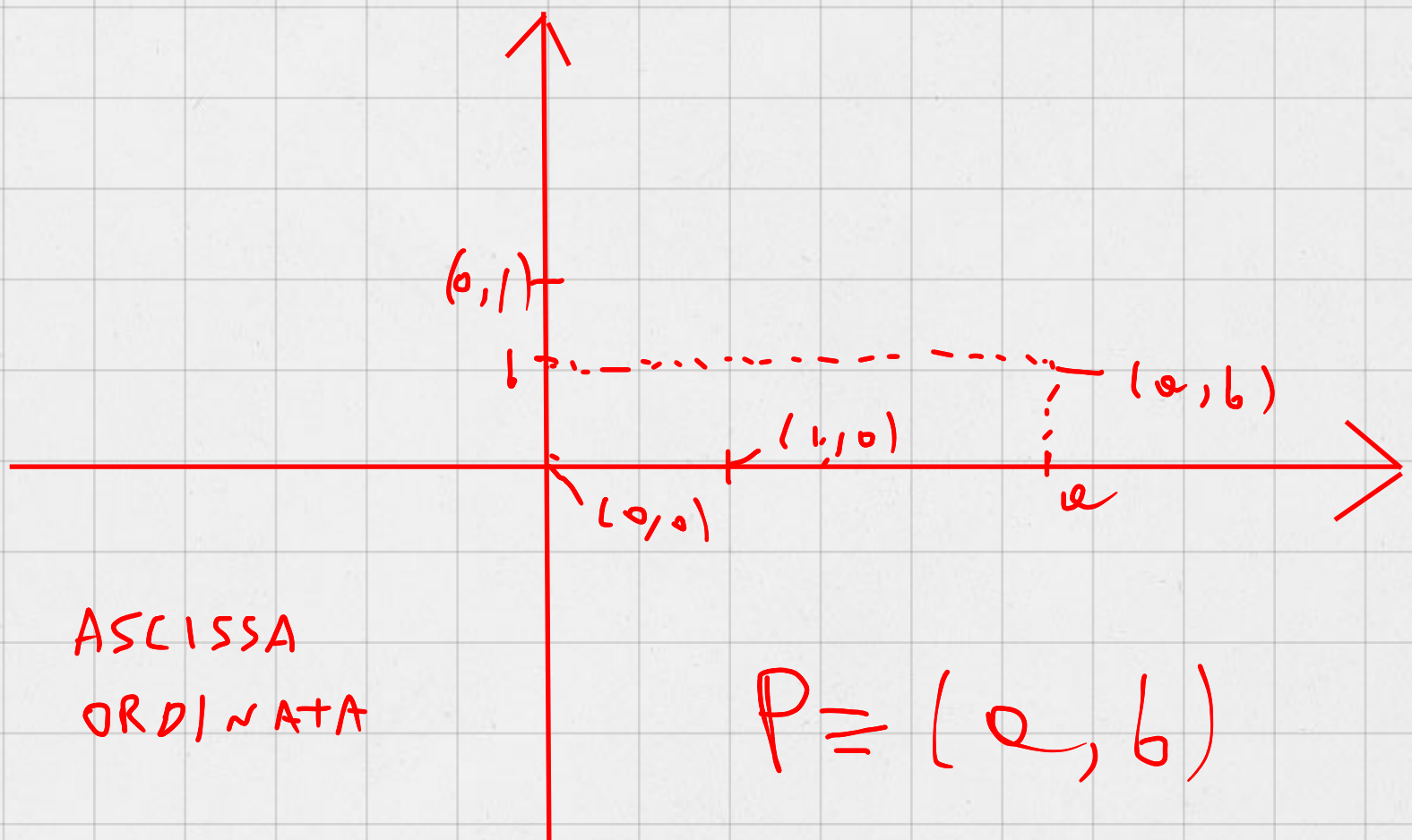
SPAZIO PRODOTTO DATI A e B

$$A \times B = \{ (x, y) \text{ t.c. } x \in A \text{ e } y \in B \}$$

SE PRENDIAMO $A = B = \mathbb{R}$

QUESTO SPAZIO PUO' ESSERE
PENSA TO COME UN PIANO

COME RAPPRESENTO (a, b) SE
 $a, b \in \mathbb{R}$?



a ASCISSA

b ORDINATA

$$P = (a, b)$$

FISSATA UN'UNITA' DI MISURA SU ENTRAMBE
LE RETTE POSSO RAPPRESENTARE LA COPPIA (a, b)

SE VOGLIAMO RAPPRESENTARE
FEDELMENTE PUNTI DEL PIANO ATTRAVERSO
LE COORDINATE E' BENE CHE LE
UNITA' DI MISURA SIANO LE STESS
SU ENTRAMBE LE RETTE

1/ PARTICOLARE SE SIAMO INTERESSATI
A SCRIVERE LUOGHI GEOMETRICI
ATTRAVERSO EQUAZIONI SULLE COORDINATE

D'ALTRA PARTE VEDREMO CHE
TRAMITE COORDINATE CARTESIANE POTREMO
ANCHE RAPPRESENTARE "FUNZIONI" PER LE
QUALI L'ASCISSA E L'ORDINATA RAPPRESENTANO
QUANTITA' DI SIGNIFICATO MOLTO DIVERSO
PER CUI SI POSSONO USARE UNITA'
DI MISURA DIVERSE E COMUNQUE OTTENERE

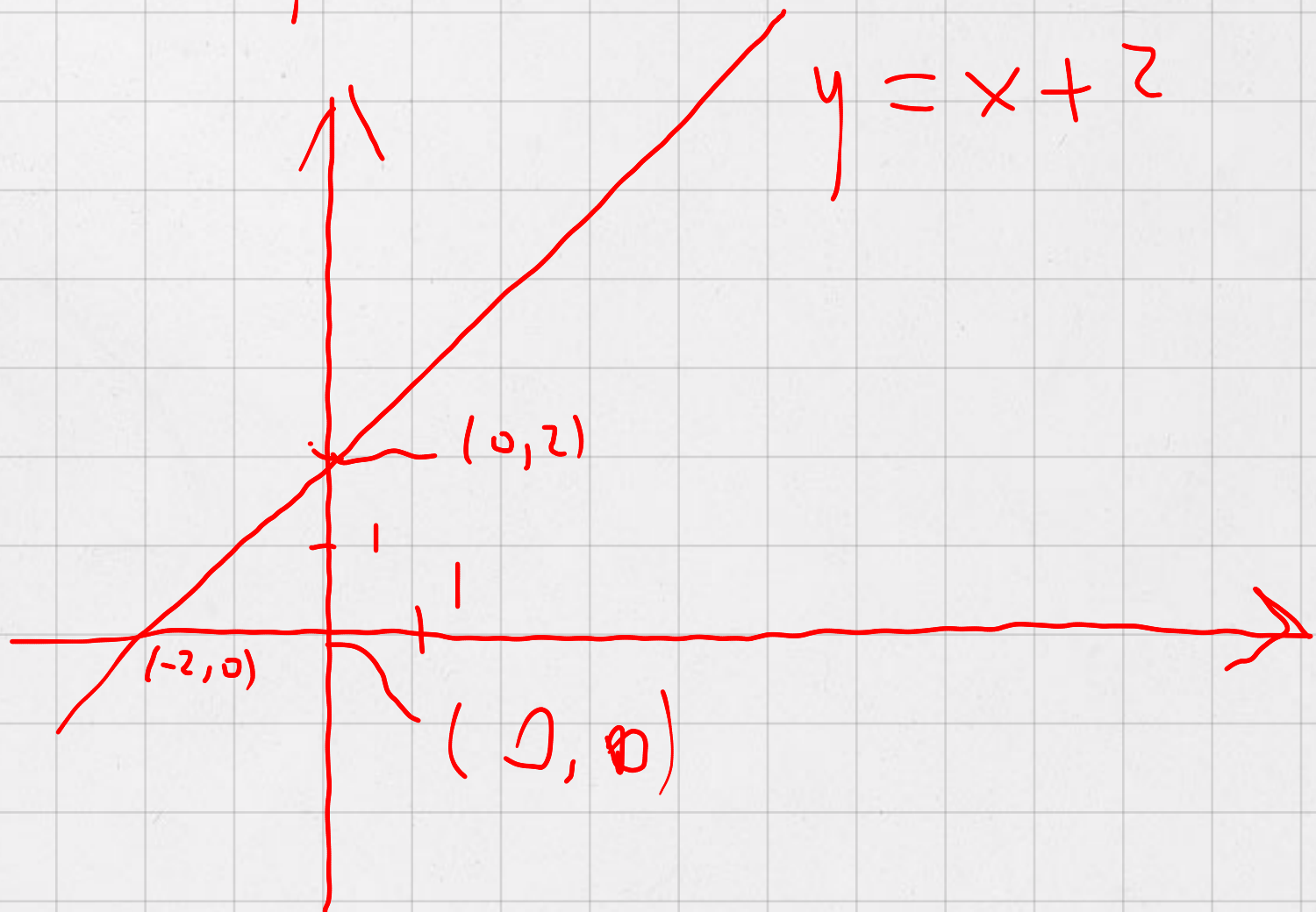
2/ "GRAFICI" SUL PIANO CHE CI
RAPPRESENTA IL LEGAME TRA LE 2
QUANTITA'

LVOGHI GEOMETRICI

RETTEA $\rightarrow y = mx + q$

ES

$$y = x + 2$$



TRAMITE 2 PUNTI LA RETTA È INDIVIDUATA

$y = mx + q$ FORNISCE L'EQ DI QUASI

TUTTE LE RETTE, SONO ESCLUSE LE

RETTE VERTICALI $x = k$

RETTE PASSANTI PER IL PUNTO (x_1, y_1)

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow m$ RAPPRESENTA
LA PENDENZA

SE (x_2, y_2) È UN ALTRO PUNTO
DELLA RETTA ALLORA

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ quindi una RETTA}$$

VIENE INDIVIDUATA UNIVOCAMENTE DA 2
PUNTI, OPPURE DA UN PUNTO E
DALLA PENDENZA

SE PRENDIAMO UN TERZO PUNTO

(x_3, y_3) SI HA

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

SULLE RETTE L'INCREMENTO DELLE
ORDINATE È PROPORZIONALE ALL'INCREMENTO
DELLE ASCISSE

$$\Delta y = y_2 - y_1, \quad \Delta x = x_2 - x_1$$

INCREMENTI

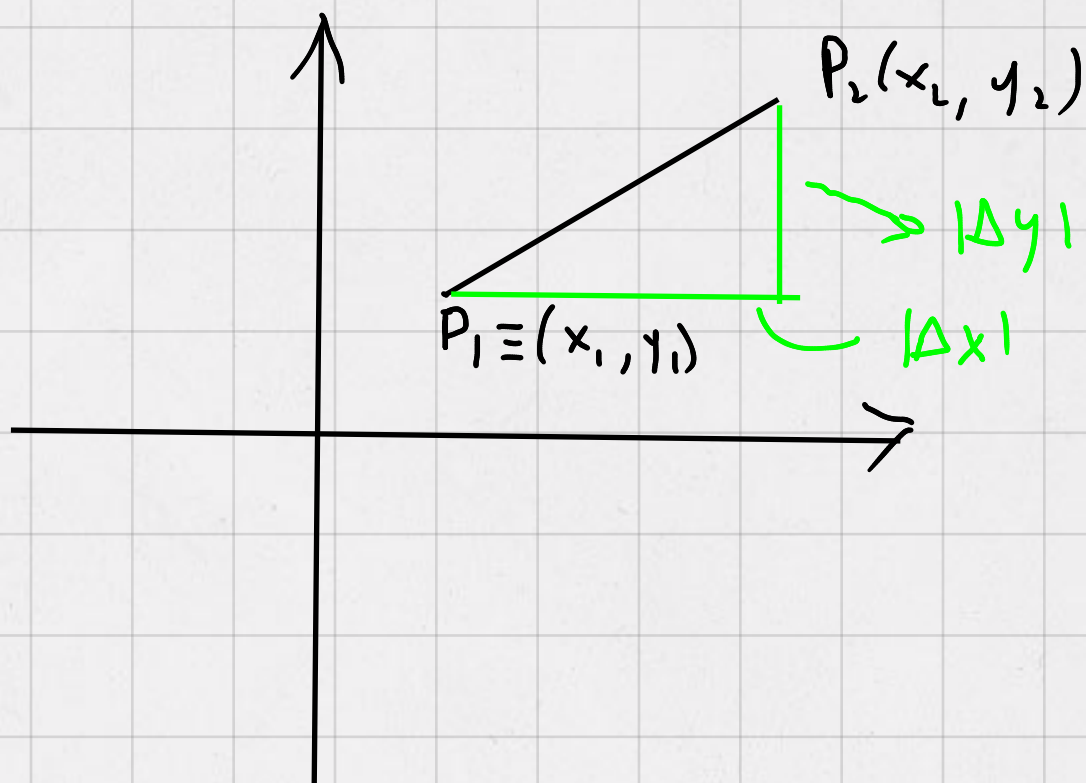
CIRCONFERENZA

DISTANZA TRA 2 PUNTI DI $\mathbb{R}^2$

PRESEI $P_1 \equiv (x_1, y_1), P_2 \equiv (x_2, y_2)$

$\Delta x = x_2 - x_1$ INCREMENTO DI x

$\Delta y = y_2 - y_1$ - - - - - y



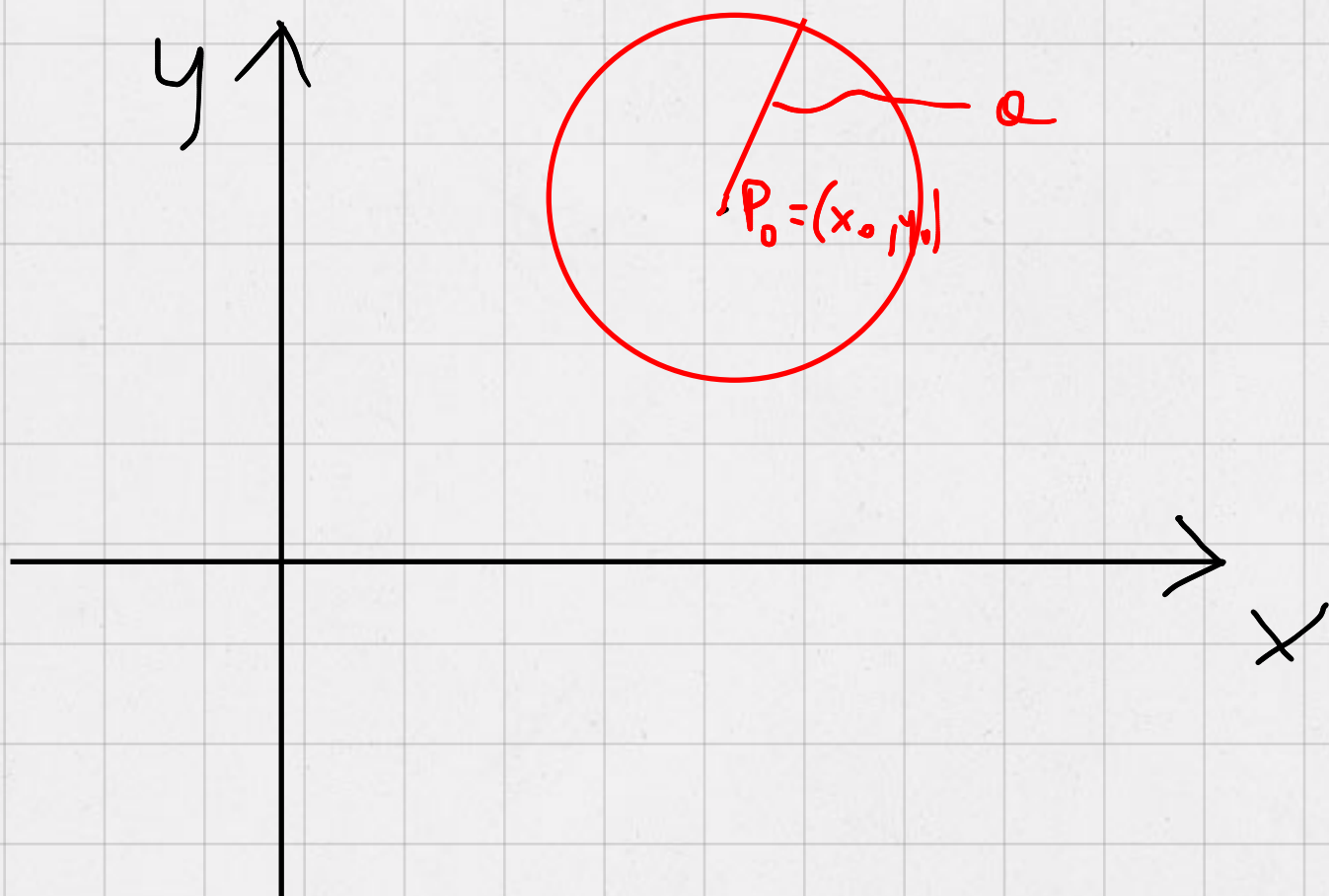
PITAGORA

$$\overline{P_1 P_2} = \sqrt{|\Delta x|^2 + |\Delta y|^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

LA CIRCONFERENZA È IL LUOGO
DEI PUNTI DEL PIANO CHE DISTANO
UNA DETERMINATA QUANTITÀ q
DA UN PUNTO FISSATO $P_0 \equiv (x_0, y_0)$
IN COORDINATE . . .

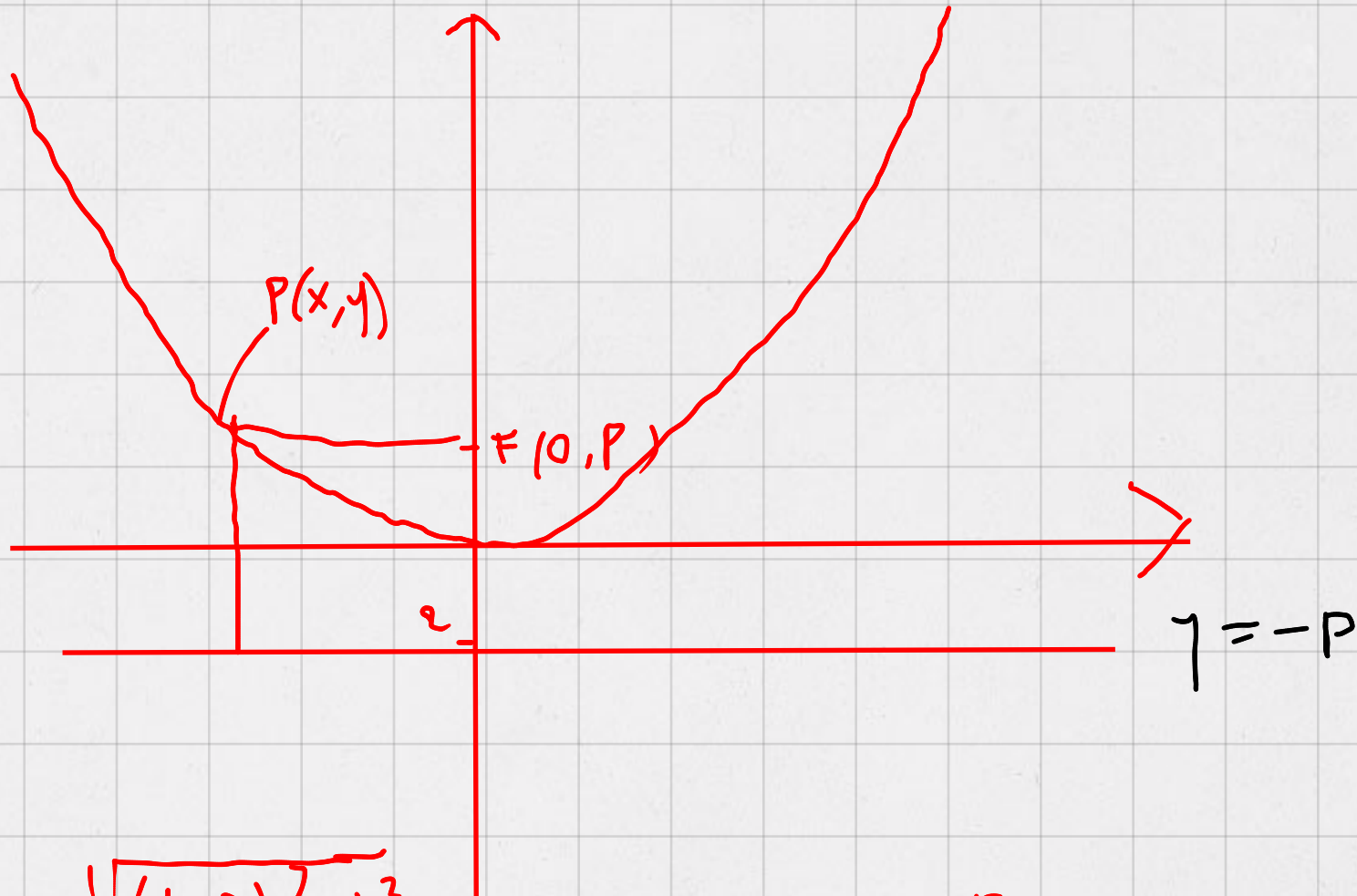
$$\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} = q$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = q^2$$



PARABOLA

FISSATI UN PUNTO, F (FUOCO) E
UNA RETTA π (DIRETTRICE) NON
PASSANTE PER ESSO, LA PARABOLA
E' IL LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI
EQUIDISTANTI DALLA RETTA E DAL FUOCO
CASO SEMPLICE IN CUI $(0,0)$ E'
SULLA PARABOLA $F \equiv (0,p)$ e $y = -p$
($p > 0$)



$$FP = \sqrt{(y-p)^2 + x^2}$$

DISTANZA π e P

$$\Rightarrow \sqrt{(y-p)^2 + x^2} = |y+p| \Rightarrow |y+p|$$

$$x^2 - 2py + p^2 + y^2 = y^2 + 2py + p^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^2}{4p}$$

IN QUESTO CASO $(0,0)$ È IL
 VERTICE DELLA PARABOLA E LA
 RETTA $x=0$ È L'ASSE DELLA
 PARABOLA

SE VOLESSI TROVARE UNA PARABOLA

DI VERTICE GENERICO $P_0 = (x_0, y_0)$

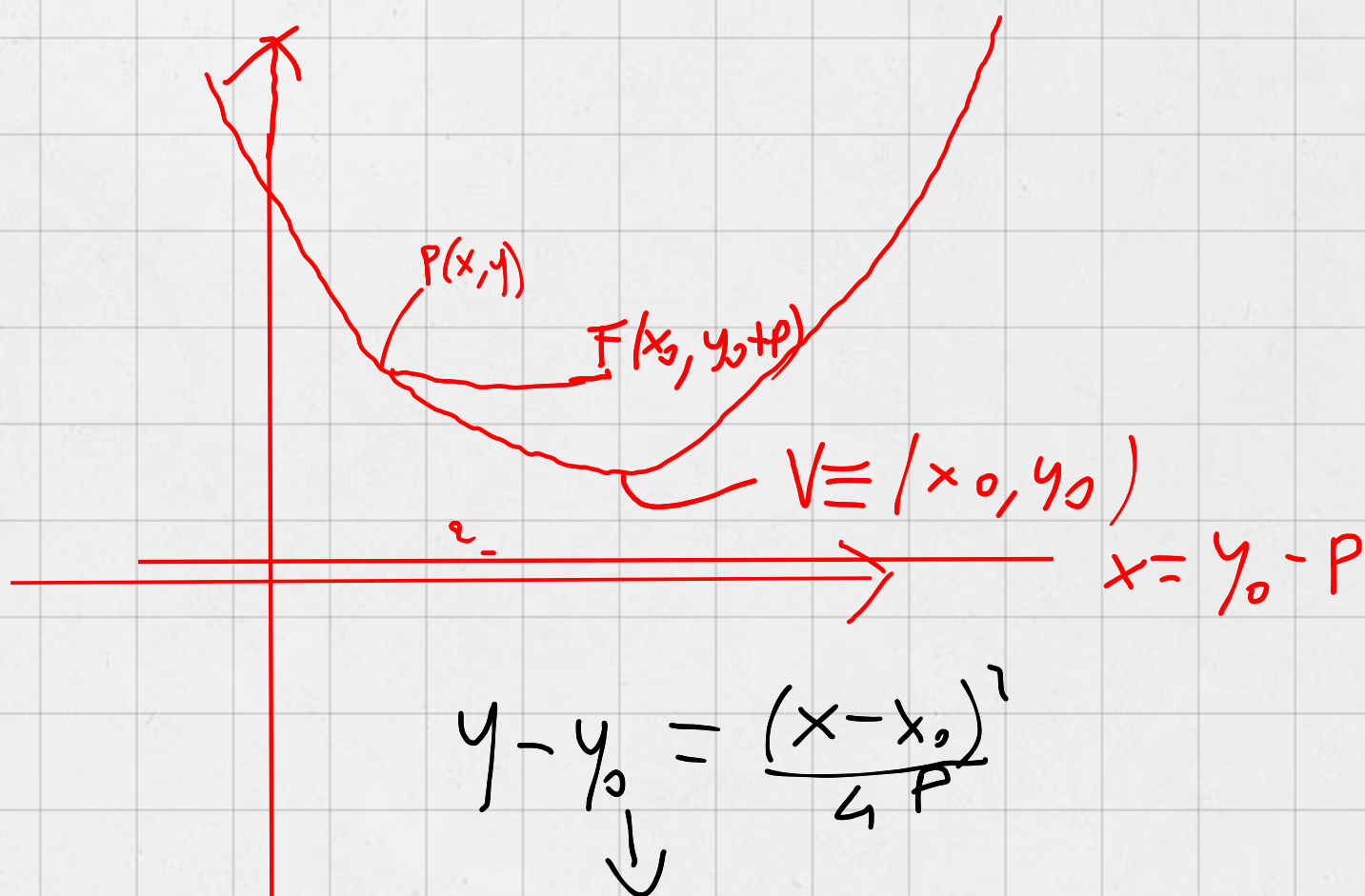
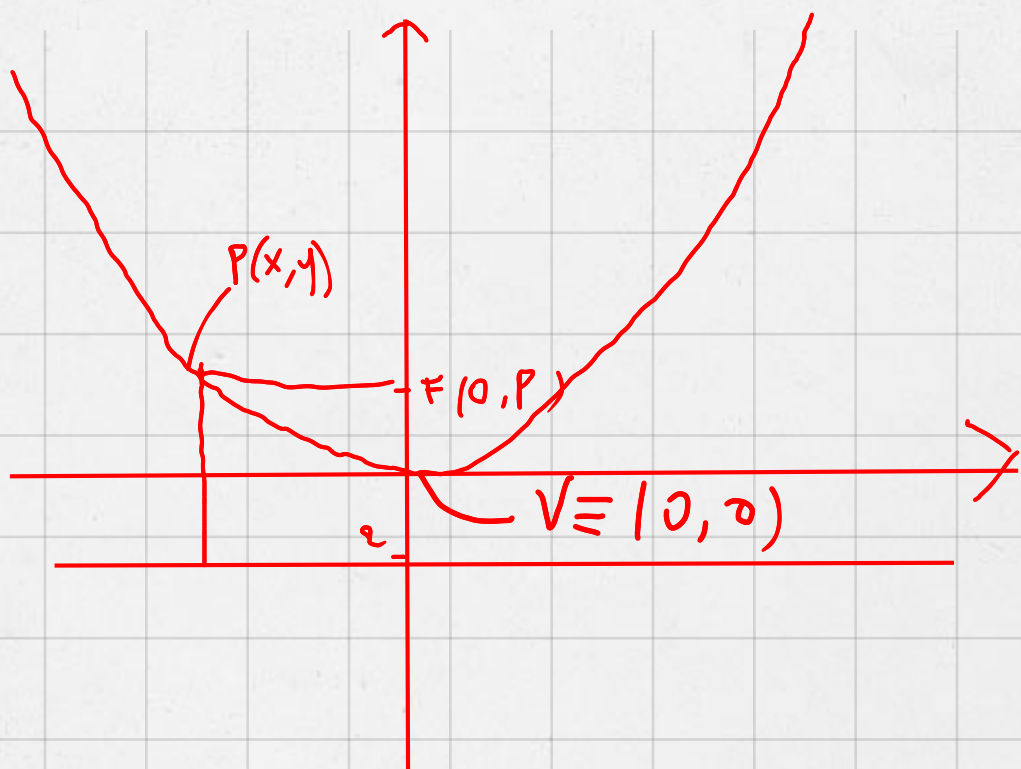
E CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE
 DELL'Y ($x=0$)?

COME SI TRASLA UN GRAFICO?

SE VOGLIO PORTARE $(0,0) \rightarrow (x_0, y_0)$

$$\Rightarrow x \rightarrow x + x_0 \quad e \quad y \rightarrow y + y_0$$

$$y - y_0 = \frac{(x - x_0)^2}{4p}$$



$$y - y_0 = \frac{(x - x_0)^2}{4P}$$

$$y = \frac{x^2}{4P} - \frac{x_0 x}{2P} + y_0 + \frac{x_0^2}{4P}$$

QUIVOLI DATA

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{COME SI RISALTA A}$$

V E P ?

$$P = \frac{1}{4a} \quad -\frac{x_0}{2P} = 1 \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$C = y_0 + \frac{x_0^2}{4p} \Rightarrow y_0 = -\frac{x_0^2}{4p} + C = -\frac{b^2}{4a^2} \cdot a + C$$

$$y_0 = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

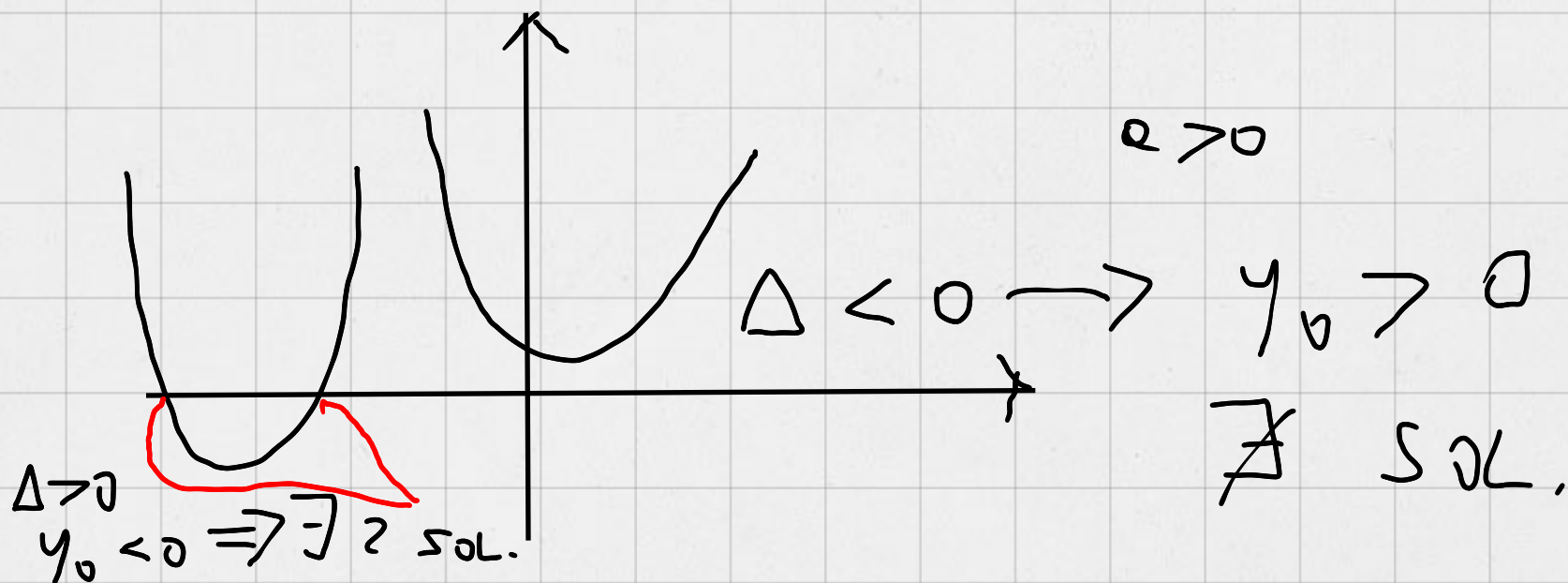
Quindi $y = ax^2 + bx + c$

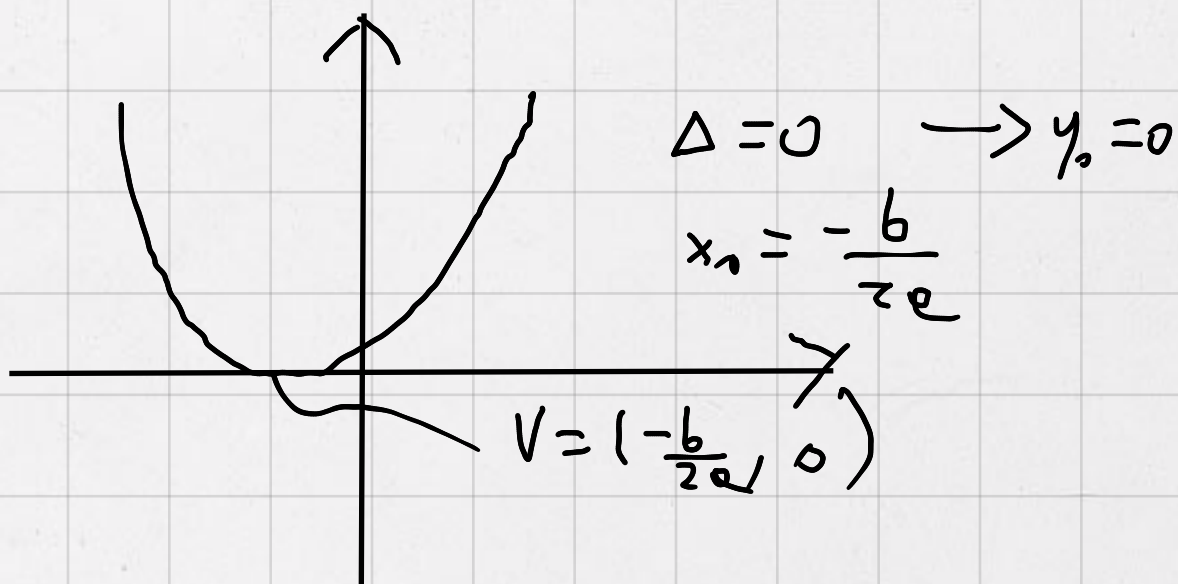
Corrisponde sempre ad una parabola con asse parallelo all'asse delle y . Ha concavità rivolta verso l'alto se $a > 0$ e verso il basso se $a < 0$

Osservazione: risolvere

l'eq $ax^2 + bx + c = 0$

Corrisponde a trovare i punti della parabola $y = ax^2 + bx + c$ che intersecano l'asse $y = 0$ (asse delle x)





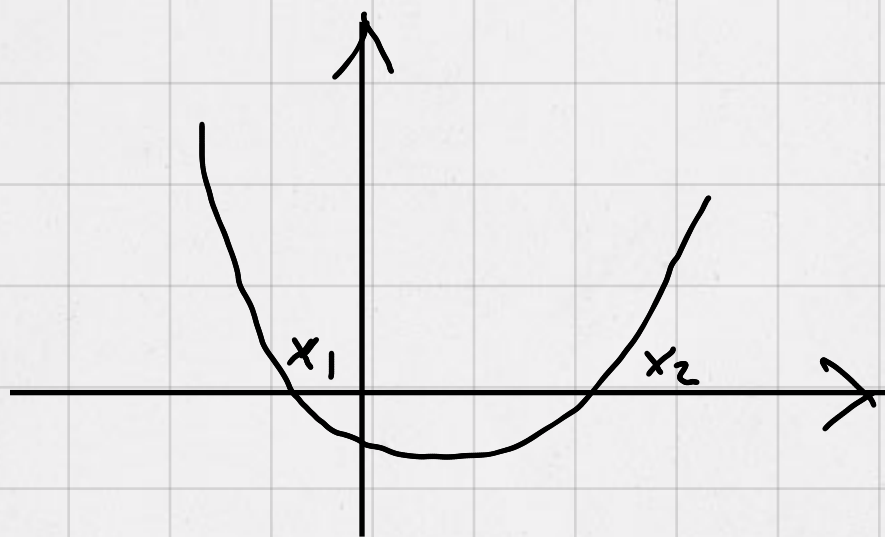
DISCUTIAMO $ax^2 + bx + c \geq 0$

TROVARE I PUNTI DELLA PARABOLA CHE SI TROVANO NEL SEMIPIANO SUPERIORE $y \geq 0$

$a > 0$ $\Delta < 0 \Rightarrow$ SEMPRE SEMIPIANO SUPERIORE



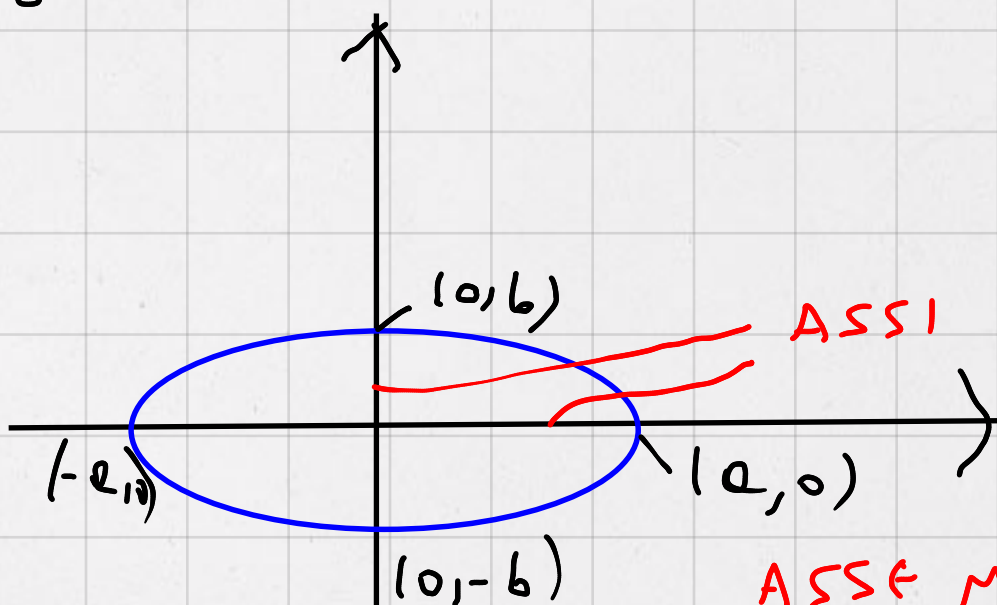
$a > 0$ $\Delta > 0 \Rightarrow$ 2 SOLUZIONI x_1, x_2



$$x \leq x_1 \text{ e } x \geq x_2$$

ELLISSE

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

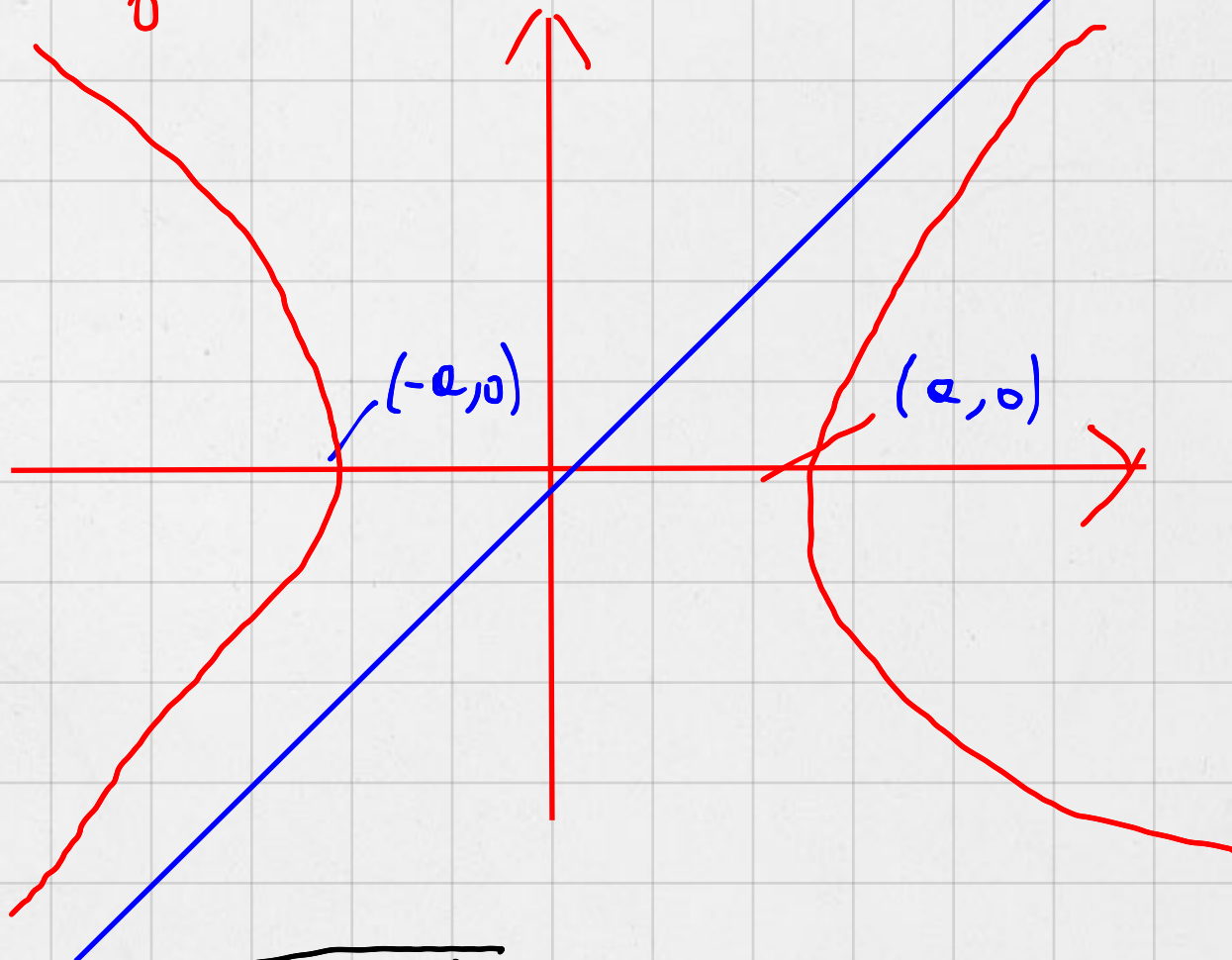


$$y = \pm b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

ASSI PRINCIPALI
ASSE MAGGIORE
ASSE MINORE
(0,0) CENTRO

1 PERBOLÉ

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$x = \pm a \sqrt{1 + \frac{y^2}{b^2}}$$

$$y = \frac{b}{a}x \quad \text{e} \quad y = -\frac{b}{a}x$$

ASÍNTOTAS
OBTENIDAS

$$xy = a$$

$$\underline{a > 0}$$

1 PERBOLÉ EQUILÁTERA

