

Corso di laurea in Matematica a.a. 2006-2007

Calcolo 1- Tutoraggio 24-10-2006

1) Determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore delle seguenti successioni, specificando se sono rispettivamente minimo e massimo:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{5-4n}{n^2+8n-1} & b_n &= \cos\left(\frac{n-4}{2n+7} \frac{\pi}{2}\right) \\ c_n &= n - \sqrt{n^2+1} & d_n &= e^{\sqrt{n+1}} - e^{\sqrt{n}} \\ f_n &= \frac{n^2+3n+1}{2^n} & g_n &= \operatorname{sen}\left(\pi \frac{(-1)^n n + 2n}{3n-1}\right) \end{aligned}$$

2) Calcolare il limite per $n \rightarrow +\infty$ delle seguenti successioni:

$$\begin{aligned} \text{a) } a_n &= (n^4+1) \left(1 - \cos \frac{3}{n^2}\right) & \text{b) } a_n &= \left(\frac{n}{3} + \frac{1}{n}\right) \operatorname{sen} \frac{5}{n} \\ \text{c) } a_n &= \left(\frac{n!+5}{n!}\right)^{n!} & \text{d) } a_n &= \frac{\operatorname{sen}(1/n)}{5n[\cos(1/n)-1]} & \text{e) } & \frac{2^n-1}{2^n+(-1)^n} \\ \text{f) } a_n &= \left(\frac{1}{n^2}\right)^{\frac{n}{n+1}} & \text{g) } a_n &= (2^n+3^n)^{1/n} \end{aligned}$$

3) Provare che le seguenti successioni definite per ricorrenza sono convergenti e calcolarne il limite:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1/3 & a_n &= 1/2 \left(\frac{1}{3} + a_{n-1}^2\right) \\ a_1 &= \lambda \geq 0 & a_n &= \frac{a_{n-1}}{1+a_{n-1}} \end{aligned}$$

4) Calcolare al variare del parametro reale a il limite delle seguenti successioni

$$a_n = \frac{\sqrt{n^4+n^3} - \sqrt{n^4-n^3}}{n^a+n} \quad a_n = (a^n + 1/n) \quad (1+a)^n$$