

COGNOME: _____

NOME: _____

Nei primi 3 esercizi mettete solo una croce su vero V, falso F o ?. In questo tipo di esercizi le risposte errate verranno penalizzate. Nelle domande aperte l'esercizio va svolto in modo completo, in particolare indicate nello svolgimento gli argomenti di teoria utilizzati.

Esercizio n. 1 – Siano f definita e derivabile due volte su tutto \mathbb{R}

i) sia $f > 0$ e f convessa in \mathbb{R} allora la funzione $g(x) = e^{f(x)}$ è convessa in \mathbb{R} V F ?

ii) sia $f > 0$ e f convessa in \mathbb{R} allora la funzione $g(x) = \sqrt{f(x)}$ è convessa in \mathbb{R} V F ?

Esercizio n. 2 – Sia $f(x) = \frac{x}{x^2+1} \sin(x)$

i) La funzione f è limitata in \mathbb{R} V F ?

ii) La funzione f è pari V F ?

Esercizio n. 3 –

i) Se (a_n) e (b_n) sono due successioni tali che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = -\infty$ allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = -1$ V F ?

ii) Se (a_n) e (b_n) sono due successioni tali che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = -\infty$ allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n^2 b_n) = -\infty$ V F ?

Domande aperte

ESERCIZIO 4 Sia f la funzione definita in tutto \mathbb{R} nel modo seguente

$$f(x) = \begin{cases} \sin(Bx) + e^{Cx^2} & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + Cx + B & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

i) Determinare valori dei parametri $B, C \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione risulti continua in $(-\infty, +\infty)$

ii) Determinare valori dei parametri $B, C \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione risulti derivabile in $(-\infty, +\infty)$

iii) Determinare valori dei parametri $B, C \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione risulti limitata in $(-\infty, 0)$

VEDI COMPITO B

i) $B=1$

ii) $B=1 \quad C=B=1$

iii) $C \leq 0 \quad B \in \mathbb{R}$

² **ESERCIZIO 5** Sia $f(x) = \frac{x}{3} - (1+x)^{1/3}$

i) Dimostrare che per ogni $x \in [0, 1]$ vale la disuguaglianza $f(x) \geq -1$

ii) Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado $P_2(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$ della funzione $f(x)$

VEDI COMPITO B

ESERCIZIO 6 Sia $f(x) = 9x^2 \exp(-9x^2)$

i) Calcolare $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ii) Determinare eventuali punti di massimo relativo e di minimo relativo

iii) Dire se esistono massimi e minimi assoluti

VEDI COMPITO A

i) $x=0$ PUNTO DI MIN RELATIVO $f(0)=0$ MINIMO ASSOLUTO
 $x=\pm\frac{1}{3}$ PUNTI DI MAX REL. $f(\pm\frac{1}{3})=e^{-1}$ MAX ASSOLUTO