

Compito scritto di Calcolo I

A.A. 2006/07

29-1-2007

Compito B

Esercizio 1. (9 punti) Data la funzione $f(x) = 1 - e^{-|\frac{x-1}{x}|}$, determinare il dominio di definizione, fare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti. Determinare gli insiemi di continuità e derivabilità della funzione. Studiare crescita e decrescita con eventuali massimi e minimi relativi. Studiare concavità e convessità con eventuali flessi. Disegnare il grafico.

Esercizio 2. (7 punti) Dire se la seguente serie converge o diverge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \cos^2 \left(\frac{\pi n^2 + 1}{n^2 + n} \right) \log \left(1 + \frac{2n}{n^2 + 1} \right) n.$$

Dire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n^a}.$$

Esercizio 3. (8 punti) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_1^\pi \sin(\log(x)) dx, \quad \int \frac{1 - \sqrt{x}}{x + 9} dx.$$

Esercizio 4. (8 punti) Per ogni $a \in \mathbb{R}$ consideriamo la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(x)}{x} & \text{se } x > 0 \\ a & \text{se } x = 0 \\ x^2 \log(x^2) + 1 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Determinare a in modo che la funzione f sia continua in tutto $\mathbb{R}$. Per tale valore di a dire se la funzione f risulta derivabile in $x = 0$.