

---

**SIMULAZIONE DI ESONERO - CALCOLO I - 16 Gennaio 2007**  
**MATEMATICA**

Cognome	Nome
---------	------

1)	2)	3)	4)	5)	6)	Voto
----	----	----	----	----	----	------

---

*(autocorrezione : <http://www.mat.uniroma1.it/~petitta>)*

1. Studiare il comportamento della seguente serie al variare del parametro  $a \in [\frac{1}{2}, \infty)$ : 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (2a-1)^n \frac{n+1}{3^n(2n^2-1)}$$

2. Calcolare, usando lo sviluppo di Taylor, il seguente limite : 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - \sin x}{e^{x^2} - e^{x^3}}$$

3. Calcolare la funzione  $F(x)$ , definita in  $(-\infty, 3)$ , che si annulla in  $x_0 = 0$  e la cui derivata è:

$$f(x) = \frac{x + 2}{(|x| + 3)(x - 3)}$$

4. Trovare  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$  tali che  $f(x)$  sia continua insieme alla sua derivata in  $I = [-2, 2]$ . Successivamente trovare massimo e minimo di  $f(x)$  in  $I$  e tracciarne un grafico qualitativo.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{a + x^2} + 2a & \text{se } x \geq 0, \\ x^3 + 2x - b & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

5. Calcolare il seguente limite:  $\lim_{y \rightarrow +\infty} \int_1^y \frac{2x}{1+x^4} dx$ .

6. (\*) Discutere, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la continuità, la derivabilità e la continuità della derivata prima della seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$