

SEGUE ESERCIZIO 6

I CANDIDATI SONO $x = -1$ $x = 1$ ESTREMI

$x = 0$ PUNTO IN CUI $\nexists f'(x)$

OSSERV. f E' PARI! $f(\pm 1) = 2$ $f(0) = 0$

$\Rightarrow$ 2 MAX ASSOLUTA ± 1 PUNTI
0 MIN ASSOLUTA 0 PUNTO
DI MAX ASS
DI MIN ASS.

ESERCIZIO 7

DOMINIO $x > 0 \rightarrow (0, \infty)$, $f(x)$ SEMPRE POSITIVA

NON HA SIMMETRIA E IL GRAFICO NON INTERSECA GLI
ASSI! $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$x = 0$ E' UN'ASINT. VERTICALE. VEDIAMO SE C'E' ASINT.

OBBLIQUO A $+\infty$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ $\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \right]$

QUINDI NON C'E' ASINT. OBBLIQUO

SICURAMENTE LA FUNZ E' DERIVABILE IN TUTTI
I PUNTI IN CUI $\ln(x) \neq 0$ $[x \neq 1]$ IN AVANTO LA FUNZ.

MODULO E' DERIVABILE SEMPRE ESCLUSO IL PUNTO
 $y_0 = 0$. QUINDI PER LA REGOLA DI DERIVAZIONE DI

FUNZ. COMPOSTA $f'(x)$ ESISTE E VALE

$$f'(x) = \operatorname{sgn}(\ln(x)) \cdot \frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} \quad x \neq 1 \quad \text{QUINDI}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} & \text{SE } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} & \text{SE } x > 1 \end{cases}$$

A POSTERIORI OSSERVIAMO CHE NON PUO' $\exists f'(1)$ IN QUANTO $\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x)$!!
 QUINDI f E' DERIVABILE IN $(0, \infty) \setminus \{1\}$

E LA FORMULA E' DATA SOPRA

$$f'(x) = 0 \quad \forall 0 < x < 1 \text{ AVENDO } -\frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} = 0 \text{ MAI PER } x > 0 !!$$

$$x > 1 \quad \frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x^3 = 2x \Leftrightarrow^{x>0} x = \sqrt{2} \text{ UNICO PUNTO CRITICO}$$

OSSERVIAMO ANCHE CHE $f'(x) < 0$ IN $(0, 1)$ E IN $(1, \sqrt{2})$
 MENTRE $f'(x) > 0$ IN $(\sqrt{2}, \infty) \Rightarrow \sqrt{2}$ PUNTO DI MINIMO
 RELATIVO, IN REALTA' $f(\sqrt{2})$ E' IL MIN. ASSOLUTO IN
 QUANTO $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

L'INSIEME DI $\exists$ DI f'' COINCIDE CON QUELLO DI f'
 QUINDI $(0, \infty) \setminus \{1\}$

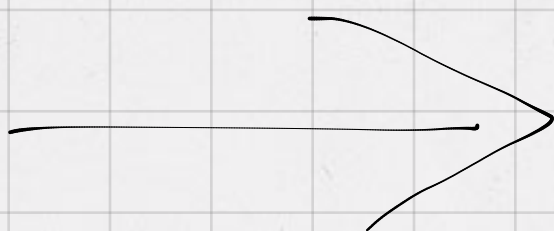
$$f''(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^4} & 0 < x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^4} & 1 < x < \infty \end{cases}$$

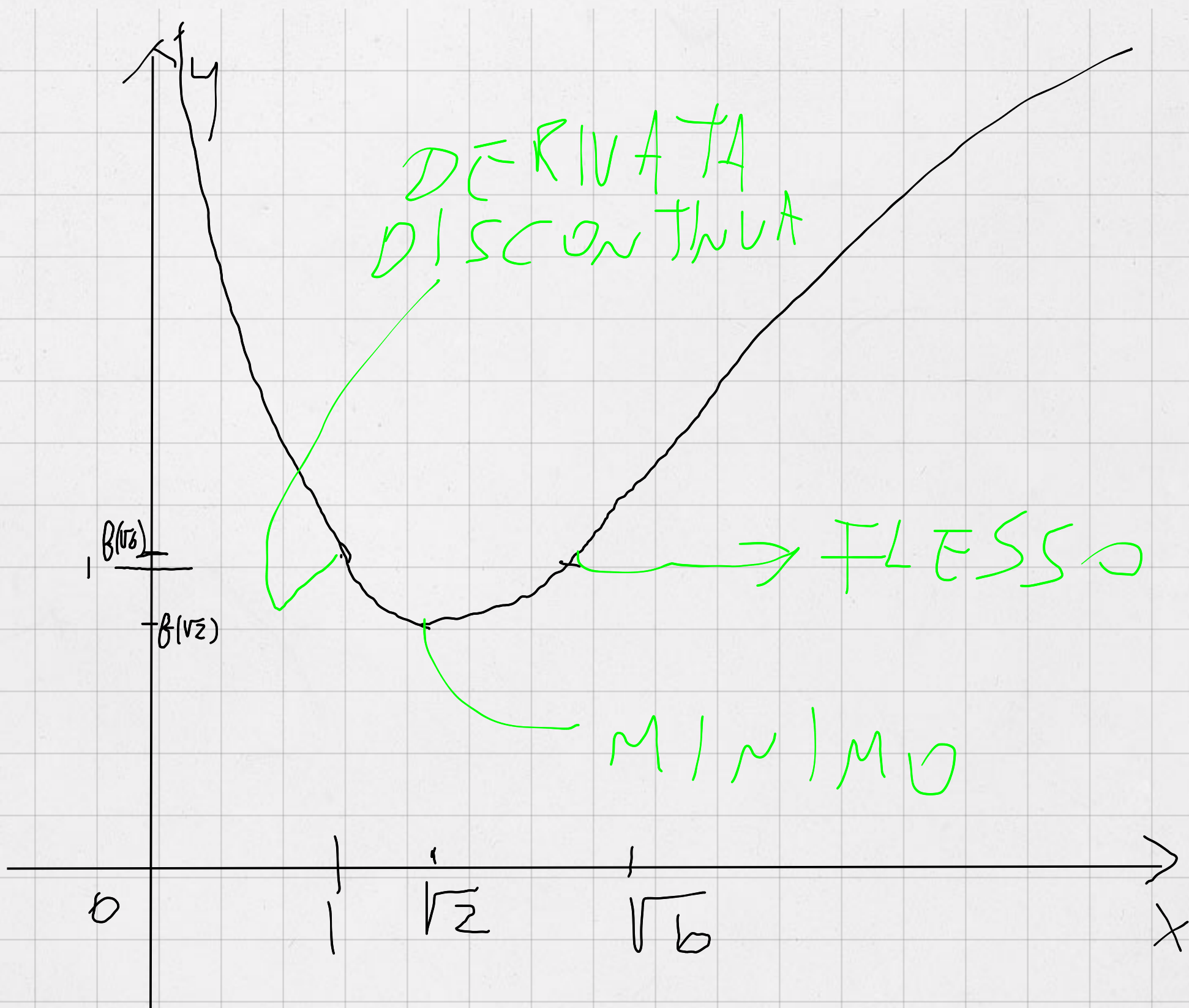
$$\Rightarrow f''(x) > 0 \text{ IN } (0, 1) \Rightarrow f \text{ CONVESSA}$$

$$-\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^4} > 0 \Leftrightarrow^{x>0} 6 - x^2 > 0 \Leftrightarrow^{x>0} x < \sqrt{6}$$

QUINDI f E' CONVESSA ANCHE IN $(1, \sqrt{6})$

E' CONCAVA IN $(\sqrt{6}, \infty) \Rightarrow \sqrt{6}$ E' PUNTO DI FLESSO

 GRAFICO



PER I INTERESSANTI $x=1$ $x=\sqrt{2}$ $x=\sqrt{6}$

$$f(1)=1 \quad f(\sqrt{2})=\frac{1}{2}\ln(2)+\frac{1}{2} \quad f(\sqrt{6})=\frac{1}{2}\ln(6)+\frac{1}{6}$$