

BRUNO DE FINETTI,
UN MATEMATICO GENIALE
AL SERVIZIO DELLA SOCIETÀ¹

(PRIMA PARTE)²

MARIO BARRA³



*La logica è come un palo, utile in quanto può impedire alla pianta del pensiero di crescere storta. Ma, come un palo non è una pianta né il possibile surrogato di una pianta, così come la logica non è il pensiero né una specie di surrogato del pensiero.*⁴

CENTO anni fa nasceva il matematico Bruno de Finetti che, dopo molte critiche, recentemente in sordina, è considerato una delle più grandi personalità della cultura mondiale.

Una prima presentazione è sintetizzabile in poche parole:

“Fra i pensatori italiani che mi hanno maggiormente influenzato colloco al primo posto Bruno de Finetti e al secondo Giovan Battista Vico.”

ROBERT NOZICH⁵

– *“Teoria delle probabilità [Einaudi, 1970] di Bruno de Finetti è destinato sicuramente ad essere riconosciuto come uno dei grandi libri del mondo.”*

DENNIS V. LINDLEY⁶

Franco Modigliani, intervistato in occasione del Premio Nobel per l’Economia, disse che anche Bruno de Finetti avrebbe meritato il premio.

Bruno de Finetti è da tempo la fonte privilegiata dei più diffusi manuali di “management” e di “Statistica Applicata” della “Harvard School of Administration” e l’European Association for Decision Making, con sede ad Amsterdam, assegna ogni 2 anni, a partire dal 1995, un premio in onore di Bruno de Finetti, cui partecipano scienziati e psicologi di tutto il mondo. Un altro premio in onore di Bruno de Finetti è istituito dall’Accademia dei Lincei.

Le pubblicazioni di de Finetti, più di 400 fra articoli e libri, debbono essere considerate in tutti i lavori sui fondamenti della probabilità e della statistica e sul ragionamento induttivo.

¹ Questo articolo è pubblicato anche nella rivista «Progetto Alice», n. 21.

² La redazione ha scelto di pubblicare separatamente questo lungo articolo per commemorare comunque il centenario della nascita di Bruno de Finetti, senza dover tagliare un contributo interessante che copre tutti i campi di interesse di de Finetti, che sono anche quelli della rivista.

³ Dipartimento di Matematica, Facoltà di Scienze, Università “La Sapienza”, Roma; e-mail: barra@mat.uniroma1.it.

⁴ La frase è stata usata più volte da Bruno de Finetti. In particolare è riportata in: «Periodico di Matematiche», 49, 1972, n. 1-2, p. 54.

⁵ Robert Nozich è un filosofo statunitense che insegna filosofia all’università di Harvard. È noto in Italia per due volumi: *Anarchia, stato e utopia* (1974) e *Spiegazioni filosofiche* (1981).

⁶ Dennis V. Lindley è Direttore del Dipartimento di Statistica dell’Università del Galles.

Qual è l'origine delle critiche rivolte a de Finetti e perché non è noto al grande pubblico? Forse perché la sua filosofia risulta "troppo" originale e rivoluzionaria in quanto demolisce vari dogmi, illusioni ed eccessive semplificazioni, presenti in molte impostazioni teoriche.

"Peggio ancora", la sua azione dirompente non si nasconde fra le formule matematiche, ma si esprime spesso attraverso considerazioni verbali pienamente condivisibili. *La prima illustrazione del mio punto di vista riguardo alla probabilità – punto di vista in radicale contrapposizione nei riguardi di tutte le svariate, imperversanti concezioni "oggettiviste" – si trova nel saggio ... (senza formule né formulazioni matematiche) – e parte da posizioni banali, molto vicine a quelle dell'uomo della strada, nel senso che, ascoltando le premesse da cui discende tutta la teoria di de Finetti, viene spontaneo affermare: ma è ovvio!*

L'azione scientifica e riformatrice di Bruno de Finetti può essere riassunta con una poesia, da lui citata:

*Oggi essere avanti trent'anni
– e forse mille- significa
sapere contestare costruendo.*

DANILO DOLCI, *Il limone lunare*, Laterza, 1970, p. 131.



Bruno de Finetti, figlio di genitori italiani, nasce a Innsbruck (Austria) il 13 giugno 1906 e muore a Roma il 20 luglio 1985.

La famiglia "irredentista" fino alla fine dell'Impero Austro-Ungarico (1918), prosegue la tradizione della nonna paterna, nipote del generale Radaelli, comandante della difesa di Venezia contro l'Austria nel 1848-49.

Il padre Gualtiero, ingegnere come il nonno, di antica famiglia triestina, lavora nel Tirolo per dirigere la costruzione della ferrovia alpina Innsbruck-Fulpmes, da lui progettata. La madre, Elvira Menestrina, trentina, è sorella del Prof. Francesco, docente universitario di Diritto, e dell'avvocato Giuseppe, futuro sindaco della città. Il padre, trasferitosi con la famiglia a Trieste nel 1911, muore improvvisamente l'anno successivo. Bruno de Finetti ha sei anni non ancora

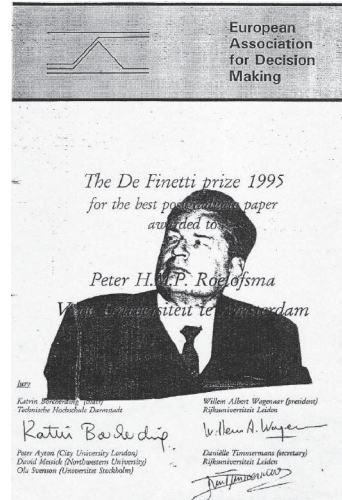
compiuti e la madre è incinta di una bambina che si chiamerà Dolores perché nata dopo la morte del padre.

A Trento, a 6 anni, Bruno de Finetti inizia i suoi studi direttamente in II classe, dove viene ammesso previo esame, che supera con il "distinto" e nella stessa scuola frequenta anche la III e la IV classe. Nel 1915 inizia la prima guerra mondiale e in seguito all'ordine di evacuazione della "Imperiale Regia Fortezza di Trento", de Finetti si ritira con la famiglia a Coredo, località di villeggiatura, dove studia da solo per la V classe e per il I e II ginnasio, aiutato, solo per il latino, dal colto curato di Sfruz (una frazione dove andava a piedi o con lo slittino). La fine della guerra e il ricongiungimento di Trento all'Italia, eventi tanto attesi dalla famiglia de Finetti, ha però un riflesso negativo sul modesto bilancio della famiglia, per la svalutazione delle corone austriache che quasi dimezzano il loro valore. Rientrato a Trento, de Finetti supera l'esame di ammissione alla III ginnasiale (equivalente alla III media) e consegue la promozione con distinzione, nel 1919.

Subito dopo, all'età di 13 anni, de Finetti viene colpito da febbre alta, da gonfiore

e dolori alla gamba sinistra e viene operato per osteomielite acuta con asportazione della testa del femore. Per ben nove mesi dura l'andirivieni fra ospedale e casa e, nuovamente, per non perdere l'anno, deve studiare privatamente. Il conseguente accorciamento della gamba di ben 7 centimetri lo costringe per sempre all'uso di un bastone per camminare.

Terminato il II liceo, nel giugno del 1923, Bruno de Finetti si prepara da solo durante l'estate per l'esame di maturità che consegue a ottobre dello stesso anno. La commissione gli assegna i seguenti voti: Lingua italiana (9;7) (una coppia di numeri per le lingue, indica rispettivamente lo scritto e l'orale), Lingua latina (9;7), Lingua tedesca (6;7), Geografia e Storia 8, Matematica 7, Storia naturale 8, Fisica 6, Propedeutica filosofica 8.



Materie	Materie					Osservazioni
	Religione	Lingua Italiana	Lingua latina	Lingua greca	Lingua tedesca	
Geografia e Storia Matematica Storia naturale Fisica Propedeutica filosofica Scienze						Osservazioni La matematica è la scienza che si occupa di studiare le proprietà delle figure geometriche e delle loro relazioni.
Lingua moderna Matematica Fisica						1) Tangente ad una curva 2) Accumulatori elettrici 3) Algoritmi delle cariche sulle leghe magnetiche.
Geografia e Storia Storia naturale Fisica						1) Roma, Venezia nel Medio Evo 2) Vulcani 3) Meccanica dei sistemi e della loro parte.
Religione						Educazione fisica

Nel novembre del 1923, a soli 17 anni, de Finetti si iscrive al Politecnico di Milano e, superato il biennio, inizia il primo anno del triennio di Ingegneria. Forse si rende conto di non potere esercitare la professione di ingegnere, come il padre, a causa della sua zoppia. Certamente, matura la convinzione di abbandonare Ingegneria per dedicare la sua vita alla matematica, e comincia a scrivere articoli scientifici per questa disciplina.

Così si rivolge alla madre in tre lettere, molto belle, scritte in soli quattro giorni:

Milano, 25 novembre 1925.

Carissima Mamma,

scrivo in fretta, ma mi devi non solo scusare ma rispondere con altrettanta fretta e sollecitudine perché è una cosa urgente. Si tratta di questo: che sono bastati questi primi venti giorni per capire che gli studi della Scuola d'Applicazione, pur senza dispiacermi, non anno per me nessuna attrattiva particolare, mentre, seguendo le lezioni di Analisi superiore e parlando con un mio ex compagno che ora è iscritto all'Università è visto che i corsi della Facoltà di Matematica applicata sembrano fatti apposta per appassionarmi... All'Università avrei ancora solo 2 anni, e orari molto meno gravosi, cosicché mi sarebbe anche facile guadagnare qualche cosa nelle ore libere. Avendo materie di mio pieno gradimento e di quelle che bisogna capire e non studiare a memoria o giù di lì sarebbe inoltre infinitamente accresciuta la probabilità di buone classificazioni. I corsi che frequenterei corrispondono e completano in un certo senso quelli in cui presi 90-100, mentre quelli del Politecnico sono del tipo dei 70. O' letto per fare un confronto esatto, il programma degli anni successivi di Politecnico: corsi che mi interessano ce ne sono 6 o 7 su 28 in 3 anni, mentre predominano corsi di carattere empirico che non mi fanno certo venire l'acquolina in bocca. Dovrei, ad esempio, studiare "Materiale mobile ed esercizio ferroviario"!

Di più, mentre al Politecnico siamo in oltre 200 per corso, alle lezioni di Vivanti - che sono il corso più importante che certo frequentano tutti gli scritti - eravamo in tre, me compreso, oltre due preti e un gruppo di signorine. Anche questo va tenuto in conto in tempo di crisi e date le nostre condizioni. Questa mia ti arriverà la mattina di domani 26, ti prego di impostare la sera stessa la risposta ESPRESSO! Alla Stazione, ché io l'abbia a mezzogiorno del 27. Altrimenti farò le pratiche necessarie, ritenendoti senz'altro d'accordo, perché al 30 è il termine delle iscrizioni regolari...

Ciao

Bruno

Milano, 26 novembre 1925.

Carissima Mamma,

... oggi è parlato con Spera, e non solo per il mio lavoro, che è sfogliato pagina per pagina e promesso di rivedere con la massima diligenza compatibile colle sue occupazioni, ma anche per il passaggio all'Università. Anche lui naturalmente è detto che chi deve decidere sono io, e che lui può soltanto aiutare a far vedere qualche lato del pro e contro in un problema tanto complesso. Quello che ha detto lui mi ha fatto sempre più felice della scelta che per conto mio è già fatta. Oltre delle cose che scrissi già ieri: guadagno di un anno, minor spreco di tempo per disegni, ecc. disse che in tal modo la carriera sarebbe più rapida e sicura, anche senza disporre di capitali, mentre nel ramo dell'ingegneria c'è crisi, e trovar posti è difficile; solo che in compenso ci sarebbe anche la possibilità - coll'aiuto della fortuna e di un po' di spirito commerciale - di raggiungere un grado di ricchezza che un professore non può aspettarsi, ma io per fare affari sai che non sono molto bravo, e a diventare un pescecane ci terrei assai poco. ... Anche quel mio lavoro può avere per me maggiore importanza se seguo gli studi matematici, e a proposito dico solo che [il prof. Spera] ne è stato contento e che spero tutto andrà bene. Di preciso non c'è ancora nulla. Non è parlato oggi di dare lezioni per non tirare in campo troppi argomenti in una volta, per sapere prima il nuovo orario, per non fermarmi troppo, essendoci un'altra persona in anticamera. Altri vantaggi che sono venuti in mente a me, e ieri avevo o trascurati o dimenticati sono che nelle ore libere potrò finire rapidamente il mio lavoro, e che potrò dare tutti gli esami in luglio, mentre al Politecnico sarebbero stati indubbiamente troppi, e avrei avuto le vacanze rovinate... Sono contento della tua lettera perché vedo che non hai obiezioni aprioristiche contro il passaggio all'Università ... È stato verissimo che la decisione è stata tutto in un colpo, né poteva essere altrimenti. Forse era già maturata nella subcoscienza ...

Saluti baci

Bruno

Milano, 28 novembre 1925.

Cara Mamma,

è arrivata oggi la tua nuova lettera. Per quella che chiami franchezza non mi offendo, e molto meno mi pento della mia decisione che mi è fatto rinascere. Ma mi fa veramente schifo vedere come misuri tutto in carta straccia come un bottegaio, e mi rincresce di vedere che non mi capisci proprio niente davvero,

mentre cominciavo a sperare d'essermi sbagliato, e di volerti bene più sinceramente e più spontaneamente.

Per essere sincero altrettanto che te, dirò subito che non mi saprei adattare a un impiego di nessun genere, e ciò indipendentemente dalla circostanza che sia più o meno lucroso, e che studio Matematica, non studio aritmetica. In particolar modo il mondo degli affari mi ripugna, e non c'è pericolo che mi ci infogni dopo essere stato a contatto con quello dell'Alta Scienza. È poi semplicemente ridicolo pensare che io desidero una vita quieta e modesta e regolare come scrivi tu. Se c'era una ragione che mi aveva trattenuto fino ad ora da questo passaggio, era proprio questa, e anche ora questa fu una ragione contraria, non favorevole, e mi decisi nonostante essa, non per essa. E poi! Può davvero sembrarti meno la Matematica che non l'ingegneria? Troverai centinaia di capimastri che sanno lavorare come e meglio d'ingegneri, ma non troverai in tutto il mondo e in tutti i tempi nessuna sublime astrazione più perfetta di quelle che solo il matematico è il divino privilegio di afferrare. Dal momento che vai cercando esempi, guarda i tre ultimi che furono nella tua stanza: ing. Noli, Perini, prof. Bozzetti. E se vuoi allargare un po' lo sguardo, dimmi di quanti ingegneri è passato alla Storia il nome, in confronto a tanti di matematici che - da Pitagora ad Einstein - vivranno in eterno nelle loro concezioni superbe. Perché non è vero che la Matematica sia ormai un campo esplorato da imparare e tramandare ai posteri tale e quale. Progredisce, si arricchisce, si snellisce, è una creatura viva, vitale, in pieno sviluppo, e solo perciò la amo, la studio, e voglio dedicarle la mia vita; per capire quello che spiegano i professori e poi spiegarlo basta chiunque non sia di una meravigliosa asinità in fatto di matematica, e giuro che ben altro farò, perché so di poterlo fare e lo voglio fare.

Nella tua lettera mostri una cosa sola: di non aver la più lontana idea di cosa sia la matematica, e questo può esser logico, ma è il torto di volerla giudicare ugualmente, e a sproposito. Mi informerò del valore preciso che ha la laurea in matematica, al tuo rilievo che lo scarso numero di allievi si risponde facilmente: la R. Università di Milano funziona da 2 anni, al 3° anno ci sono solo di quelli che come me hanno fatto dei cambiamenti, mentre nei primi due c'è una frequenza abbastanza rilevante. Ma non perdiamoci in queste piccole e pettegole analisi del pro e del contro; io sento, io so, io ti dico che quello per cui mi sono deciso è l'unico campo per cui mi sento adatto, che solo in esso potrò servire la Nazione con tutte le mie forze; e non ti vergogneresti di me se con sordido egoismo volessi soffocare questa mia prepotente passione per un pugno di monete?

Non occorre tu mi scriva di non aver rimorsi. Il 25 novembre è stato il giorno più bello della mia vita, e seguendo le lezioni di questi tre giorni non posso che persuadermi sempre di più che l'ispirazione di quel giorno non mi può essere venuta se non da Dio. Mi appare ad ogni minuto più nitidamente che questa è la via giusta, la mia via, stupisco da una parte di non averlo compreso da prima, dall'altra che possa essere stato compilato un programma che io stesso non avrei saputo compilare tanto di mio gusto, tanto mirabilmente attraente che alle lezioni mi pare di sognare. L'hai mai sentita da Dolores la fiaba del brutto anatroccolo? Come quello sento ora solo di essere io, di essere fra i miei compagni veri, nel mio posto vero, di avere di fronte a me l'orizzonte libero sereno, luminoso, dove la realtà è più bella di qualsiasi sogno. Lo avevo sentito l'anno scorso due volte, quando il prof. Voghera tenne una conferenza sulla costituzione dell'atomo e quando sentii il prof. Marcolongo - ottantenne - che con lucidità sorprendente assimilò e si fece divulgatore in Italia delle ardite e sconcertanti Teorie dell'Einstein, un senso di sconforto, di ammirazione, di commozione: quello sì il lavoro dell'ingegnere, quello cui credevo di essere già avviato, mi sembrava monotono, noioso, insopportabile, umiliante, in confronto alle loro parole, di cui molte non ero neppure in grado di capire, e temevo di non essere mai in grado di capire! Singoletti, multiplotti, tensori covarianti e controvarianti, calcolo variazionale ... mi sembrava d'essere un bimbo povero che vede, alzandosi in punta di piedi, un giardino fatato di sopra un muro insormontabile.

E poi ti pare comoda, monotona, piatta la vita di uno studioso di matematica? Forse esteriormente sì, ma della vita del mio corpo non me ne preoccupo se non in quanto se lui morisse morrei anch'io, e se lui stesse male io stesso non potrei studiare, o almeno non potrei studiare con uguale profitto e assiduità. Ma ogni formula, almeno per chi sente la matematica come la sento io è un'opera d'arte, è una favilla di un Mondo superiore che l'uomo conquista e assimila con voluttà divina.

Ogni parola e ogni formula del lavoro che ho fatto è sangue del mio sangue, frutto di ebrezza volitiva e di sofferenza profonda e creatrice. E se io che non ho pazienza, che odio la pazienza, pazientemente ho scritto, pensato, cosa significa ciò, se non che ero persuaso che ne valeva la pena, anzi che sentivo un tale desiderio, anzi un bisogno, di veder finito quello che germogliava in me e mi tormentava, così che la mia pazienza

era fatta di impazienza e l'intimo tormento si purificava in una gioia indefinita in cui mi sembrava di nuotare trasognato...

Saluti e baci, ...

Bruno

Malgrado questa accorata difesa della sua volontà di iscriversi a Matematica, la madre di de Finetti rimane contraria, forse perché pensa che suo marito avrebbe preferito che il figlio divenisse anche lui ingegnere, continuando nella tradizione che risaliva al nonno.

De Finetti risponde immediatamente con un telegramma che esprime il suo stato d'animo, riprendendo la risposta di Garibaldi a Vittorio Emanuele II: "OBBEDISCO".

Ma non abbandona il suo obiettivo. Così, nel 1926, di nuovo al Politecnico, de Finetti cerca di seguire gli esami che gli possono consentire di iscriversi al IV anno a matematica, seguendo anche gli insistenti suggerimenti di Tullio Levi Civita. Sempre nel 1926, la rivista *Metron* pubblica il suo primo articolo. Infatti, appreso l'uso del diagramma ternario¹ al corso di Chimica, ove in un triangolo equilatero le distanze dai tre lati di un punto interno indicano le proporzioni di tre metalli per comporre una lega, e influenzato dai lavori del biologo Carlo Foà, pensa di rappresentare allo stesso modo le percentuali dei tre genotipi per esprimere la propagazione dei caratteri mendeliani attraverso equazioni differenziali. Si tratta di un articolo di 39 pagine che verrà letto con grande interesse da biologi, matematici e statistici famosi, come Carlo Foà, Giulio Vivanti,² Giorgio Mortara e Corrado Gini, presidente dell'Istituto Centrale di Statistica, che lo pubblica nella sua rivista: «*Metron*».

I have noted with interest your important paper ..., scriverà nel '27 il grande A. J. Lotka, cui de Finetti risponde di essere uno studente di matematica.

Ce l'ha fatta!



Gini gli assicura che appena laureato lo avrebbe assunto all'Istituto Centrale di Statistica e, forse per questo, de Finetti ottiene finalmente il consenso della madre ad iscriversi al 4° anno del corso di laurea in Matematica Applicata, neocostituito, nel 1925, nell'Università di Milano. In quella sede si laurea con lode a soli 21 anni, avendo al suo attivo altre tre pubblicazioni che saranno apprezzate particolarmente anche dal famosissimo Jacques Hadamard, che scriverà nel '29 a Vivanti: *... je suis tout convaincu de sa valeur. Je serai tres heureux de le voir avec nous à Paris.*³

Gini, come aveva detto, assume de Finetti nel dicembre del '27, a Roma, prima in prova e poi, a partire dal '28, con un contratto a tempo determinato di tre anni, rinnovabile alla scadenza, sotto la direzione di

Luigi Galvani, con retribuzione di 14.000 lire lorde l'anno.

¹ Vedi una applicazione in dimensione qualsiasi in: M. BARRA, *Progetto, 2001, Coordinate ternarie, ennarie e coordinate proiettive omogenee*, «Progetto Alice», 4, 2, pp. 3-24.

² È G. Vivanti è uno dei curatori, assieme a L. Berzolari e D. Gigli, dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Hoepli Editore. Ho fatto ripubblicare questa bella enciclopedia nel 2004, dall'Editore Pagine. Con il professor Vivanti, de Finetti discuterà, nel 1927, la sua tesi su una rielaborazione dell'analisi vettoriale in campo affine.

³ Non si reca subito a Parigi non avendo ricevuto la prevista borsa di studio della Rockefeller Foundation di New York per l'approfondimento degli studi all'estero. Vi si recherà invece nel '35 su invito di Frechet a tenere un ciclo di conferenze all'Institut Henri Poincaré, invito che, prima di lui, avevano avuto soltanto altri quattro studiosi italiani: Fermi, Volterra, Castelnuovo e Cantelli.

Sappiamo che l'indole di de Finetti è poco adatta al lavoro d'ufficio.

Comunque il contratto non viene rinnovato probabilmente perché, "per fortuna", il comportamento di Gini risulta inaccettabile. Su questo argomento, de Finetti così scrive alla madre a proposito delle sue ricerche:

15. IV. 29 VII

Mamma carissima,

... È uscito in questi giorni quel volume degli Annuali di Statistica in cui è pubblicato il primo studio al quale lavorai all'Istituto. Due Appendici sono tutte mie, anzi lo zio Francesco¹ era molto spiacente e un po' indignato con Gini che le ha messe a nome suo e di Galvani, io so però troppo bene che sarebbe stato inutile e anzi dannoso protestare. Galvani capisce bene che gran parte anzi la parte più difficile del lavoro è mia, già prima si era quasi scusato perché non compariva il mio nome, appena uscito il volume mi offrì la prima copia "Al valente dott. D. F., per ricordo della sua intelligente collaborazione", e disse di aver consigliato Gini di farmi fare qualche lavoro da svolgere da me, e pubblicare a nome mio, dicendo che ormai sono "in grado di fare tutto quello che vuole". Ma per il momento c'è sempre parecchio da lavorare per altre cose d'ufficio...

Bruno de Finetti continua a portare avanti quando può le sue ricerche e già dopo meno di un anno dalla sua assunzione a Roma, nel settembre del '28, al Congresso Internazionale dei Matematici, tenutosi a Bologna, presenta il suo teorema più famoso, il "teorema di rappresentazione", che contiene tutto quello che si può affermare di preciso volendo invertire il teorema di Bernoulli (anche noto come la legge dei grandi numeri). Quest'ultimo teorema afferma banalmente che conoscendo la probabilità p di un fenomeno aleatorio (evento), tende a uno la probabilità che, in n prove, la frequenza relativa dell'evento differisca sempre meno da p .

Cosa si può affermare se non è nota p ?

Come e quando i risultati degli statistici tenderanno a convergere verso i risultati ottenuti in un quadro teorico coerente?

Bruno de Finetti risponde che dopo un numero indefinitamente grande di prove la probabilità di un fenomeno aleatorio tende a divenire uguale alla frequenza relativa se e soltanto se:

- 1) tale fenomeno aleatorio dipende da varie ipotesi incompatibili a cui è stata assegnata una distribuzione di probabilità;
- 2) tale distribuzione non sia nulla nell'intorno piccolo quanto si vuole della frequenza relativa;
- 3) rispetto a ciascuna delle ipotesi ci sia indipendenza stocastica.

Da queste premesse deriva che, subordinatamente ad ogni ipotesi, la probabilità di h successi su n prove è data da una distribuzione bernoulliana, che, per definizione, non cambia qualunque sia l'esito ottenuto dalle prove.

Per questo motivo si parla di "indipendenza stocastica subordinata".

Senza la subordinazione ad una singola ipotesi, la probabilità di h successi su n prove risulta quindi una "mistura" di bernoulliane, cioè una somma di prodotti fra queste e le rispettive probabilità delle ipotesi da cui dipendono. Sono queste probabilità che cambiano in funzione dell'esito delle prove e sono queste, quindi, che modificano anche il calcolo effettuato con la mistura, di cui sopra.

Poiché la probabilità si modifica, non c'è indipendenza stocastica.

La possibilità di abbandonarla e di passare a quella subordinata, rende molto più generale il modello matematico, amplia le possibilità di approfondimento scientifico e lascia invariata una sola proprietà delle prove: *la scambiabilità*, che equivale alle ipotesi precisate, che la caratterizzano. Anche se la probabilità di un fenomeno si modifica, gli

¹ Francesco Minestrina all'epoca è Avvocato Generale dello Stato a Roma.

esiti delle prove possono essere scambiati senza modificarla e quindi, come per l'indipendenza stocastica, possono essere considerati tenendo presente soltanto i numeri dei successi e degli insuccessi che contengono, indipendentemente dall'ordine in cui sono stati ottenuti, semplicemente perché questa proprietà vale in ciascuna distribuzione bernoulliana, e quindi anche nella loro mistura.

Questo può giustificare le assicurazioni quando considerano la percentuale di incidenti indipendentemente dall'ordine in cui sono avvenuti. È un caso di *scambiabilità* che, più tecnicamente, esiste se, per ogni h ($0 \leq h \leq n$), la probabilità $\omega_h^{(n)}$ che si verifichino h successi su n eventi qualsiasi, è uguale per tutte le $\binom{n}{h}$ permutazioni di questi. Il teorema è così importante che ancora oggi ne derivano molti approfondimenti e conseguenze notevoli e quindi, forse, vale la pena di ricapitolare brevemente quanto detto aggiungendo alcuni aspetti importanti che ne derivano.

Bruno de Finetti dimostra nel '28 che la scambiabilità vale se si tratta di una *mistura* di distribuzioni bernoulliane, cioè di una loro combinazione lineare a coefficienti non negativi e somma unitaria. Tali coefficienti *posso soggettivamente* sempre assegnarli *come se* fossero le probabilità p_i di ipotesi differenti H_i che esprimono una mia incertezza: *se è vera l'ipotesi H_i di probabilità p_i , considero questa bernoulliana, se vale H_j , quest'altra ...* Per l'indipendenza stocastica delle bernoulliane, $\omega_h^{(n)}$ non varia scambiando gli esiti degli eventi, che restano così scambiabili anche nella mistura di tali distribuzioni. Non si conserva invece l'indipendenza, perché le informazioni modificano le probabilità p_i .

È un bene: ora l'esperienza permette quell'apprendimento impedito dall'indipendenza stocastica. Occorre unicamente la formula di Bayes che, nell'impostazione di de Finetti, si può dimostrare.

A livello scintifico ed epistemologico viene fatto un salto qualitativo notevole su una questione nodale, tanto che probabilmente proprio l'incomprensione di questi aspetti può giustificare sia la limitata chiarezza di Popper nel trattare le questioni di probabilità, sia la sovrapposizioni dei concetti che introduce, sia la sua avversione all'induzione.

... È questa chiarificazione concettuale, illustrata qui sull'esempio più banale ma estensibile ed estesa a casi molteplici e complessi, la cosa cui tengo (modestia a parte) perché contribuisce a dissipare i concetti (o almeno le terminologie) di sapore superstizioso, di pretesa metafisica, di espressione contraddittoria. Anche se, per coloro che sono più accentuatamente dei "matematici" (per cui la matematica è "scopo" non "strumento") conta più il risultato analitico che hanno battezzato "de Finetti's representation theorem".¹

UN ESEMPIO

Il questionario presente su Alice, in altri articoli, termina con queste domande:

– a) In un'urna U ci sono 2 palline: bianche (B) o nere (N). Le composizioni possono essere: NN, BN, BB e in base alle informazioni disponibili, si assegna uguale probabilità, $1/3$, alle 3 ipotesi, risp.: H_0, H_1, H_2 .² Si estrae da U una pallina a caso. Qual è la probabilità, $p(B)$, che sia bianca?

– b) Dall'urna precedente, vengono estratte una pallina bianca, che si rimette nell'urna, e poi ancora una pallina bianca, anch'essa reimbussolata. Si effettua una terza estrazione. Qual è ora la probabilità di estrarre una pallina bianca? Cioè quanto vale $p(B_3/B_1B_2)$?

– La risposta corretta, nel caso a), è $1/2$ ed è individuata molto spesso per simmetria,

¹ Sta parlando della scambiabilità. La frase è ripresa dal testo dell'"ultima lezione" tenuta in occasione del collocamento "fuori ruolo" all'Istituto Matematico G. Castelnuovo il 29 novembre 1976. È stata pubblicata in «Scientia», 111, 1976, pp. 255-281.

² Le probabilità delle ipotesi vengono poste uguali nello schema di Laplace.

oppure perché: $p(B) = 0 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.

– Quasi tutti, se rispondono, continuano ad indicare $\frac{1}{2}$, anche nel caso b), perché c'è *reimbussolamento*, non considerando che già dopo il sorteggio della prima pallina bianca, si annulla, anche con i calcoli, la probabilità dell'ipotesi che l'urna contenga due palline nere.

Nessuno degli intervistati ha dato la risposta corretta, che obiettivamente risulta poco intuitiva:

$$p(B_3/B_1B_2) = \frac{p(B_1B_2B_3)}{p(B_1B_2)} = \frac{0 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}}{0 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{9}{10};$$

oppure, in altro modo:

$p(H_0/B_1B_2) = 0$, $p(H_1/B_1B_2) = 1/5$, $p(H_2/B_1B_2) = 4/5$ ad esempio perché:

$$p(H_2/B_1B_2) = \frac{p(B_1B_2/H_2)p(H_2)}{p(B_1B_2)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{5}{12}} = \frac{4}{5},$$

da cui: $p(B_3/B_1B_2) = \sum_0^2 p(B_3/H_i)p(H_i/B_1B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{9}{10}$

Supponiamo invece che in 10 estrazioni, sempre con reimbussolamento, siano comparse b bianche, con $1 \leq b \leq 9$. A questo punto qualunque persona di buon senso dovrebbe dire che la probabilità di estrarre una pallina bianca in una successiva estrazione è $\frac{1}{2}$ perché l'urna contiene soltanto due palline e sono usciti entrambi i colori!

Tuttavia, se si guardasse soltanto alla frequenza relativa in queste 10 estrazioni, si dovrebbe invece concludere che la probabilità è divenuta $b/10$.

Se poi, in generale, si obietta che per conoscere una qualsiasi probabilità, sono necessarie molte prove, visto che è impossibile chiederne infinite, si richiede comunque di farne un *mucchio*.

Ma la richiesta è inconsistente e serve unicamente a negare l'importanza della formula di Bayes.

A questo proposito de Finetti risponde con una delle sue considerazioni più famose:

Per riallacciarsi ad un argomento classico, si tratterebbe di una proprietà legata all'esistenza di un mucchio: finché si hanno pochi oggetti essi non costituiscono un mucchio e nulla si potrebbe concludere, ma se sono molti il mucchio c'è e allora, ma soltanto allora, tutto il ragionamento fila. Se si pensa di aggiungere un oggetto per volta, nulla si potrà dire finché il numero è insufficiente per formare un mucchio, e la conclusione balzerà fuori (d'improvviso? Passando da 99 a 100? o da 999 a 1000?...!) quando finalmente il nonmucchio si trasforma in mucchio. No, si dirà; questa versione è caricaturale; non c'è un salto netto, bensì sfumato; il nonmucchio attraverserà una fase di forsechesiforsechenomucchio da piùforsechenoche-forsechesimucchio a piùforsechesicheforsechenomucchio e solo poi diverrà gradualmente un vero mucchio. Ma ciò non toglie il difetto d'origine, cioè la distinzione, concettualmente posta come fondamentale, tra "effetto di massa" e "effetto dei singoli elementi"; il riconoscere che non può esistere una separazione netta, se elimina forse, apparentemente, una circostanza paradossale, non ne estirpa la radice ed anzi mette in luce la debolezza e contraddittorietà del concetto di partenza.

Non se ne esce se non negando ogni distinzione del genere. La conclusione cui si giunge sulla base di una massa di dati è determinata non globalmente, come effetto di massa, bensì come risultante, come effetto cumulativo, dell'apporto di ogni singolo dato. Conoscere l'esito di un certo numero di prove, grande o piccolo che sia, conduce dall'opinione iniziale all'opinione finale esattamente nello stesso modo che si otterrebbe pensando di venire a conoscere l'esito delle singole prove, una per volta, e di modificare ogni volta l'opinione conformemente al (piccolo in genere) influsso di una singola informazione."¹

¹ DE FINETTI B. (1970), *Teoria delle probabilità*, Torino, Einaudi, p. 570.

Negli anni della sua permanenza a Roma de Finetti frequenta il Seminario Matematico nella sala dell'Istituto di Fisica a via Panisperna e tiene una conferenza dal titolo "Le leggi differenziali e la rinuncia al determinismo". In queste occasioni conosce Fermi che rivedrà poi a Cicago nel 1950.

Bruno de Finetti consegue la libera docenza in Analisi Matematica a 24 anni, nel 1930, e tiene per incarico diversi corsi universitari fra Padova e Trieste, quando ha già pubblicato molti articoli¹ fondando le basi per i suoi contributi principali alla teoria delle probabilità secondo la concezione soggettivistica.

Su questo argomento aprirà un dialogo o un'arguta polemica con R. Carnap, O. Neurath, E. von Mises, J. M. Keynes, M. Fréchet, G. Polya, H. Freudenthal, A. Kolmogoroff, E. Nagel, H. Reichenbach, T. Kuhn, L. Wittgenstein e K. Popper.

Ad es., de Finetti dirà: *Popper non mi convince affatto in nessuna delle sue cose...* Alessandro Figà Talamanca, già Presidente dell'U.M.I., gli farà eco dicendo: *fra cento anni non si parlerà più di Popper, ma di de Finetti.*

Dal '31 al '46 de Finetti è attuario presso le Assicurazioni Generali di Trieste, ove si trasferirà, con stipendio annuo lordo di 24.000 lire. Contemporaneamente, a partire dal 1932 tiene vari corsi universitari a Trieste e a Padova. Dal '42 al '45 insegna Matematica Generale e Matematica Finanziaria a Trieste nella Facoltà di Economia e Commercio.

Nel 1946, con la costituzione della Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali a Trieste, si dedica esclusivamente all'insegnamento universitario. Per più anni incaricato in quella Facoltà dell'insegnamento di Analisi Matematica, vi ricopre la cattedra di "Matematica attuariale e tecnica delle assicurazioni libere sulla vita umana". Già nel 1939 aveva vinto il concorso a cattedra per Matematica Finanziaria, ma entrerà di fatto nel ruolo dei professori ordinari solo dopo otto anni, con nomina retrodata al 1939, perché celibe e per una legge che impediva agli scapoli di ricoprire posizioni nel servizio pubblico.

Nell'estate del '50, il C.N.R. invia negli U.S.A. una Commissione presieduta da Picone e comprendente de Finetti e Fichera, con lo scopo di rendersi conto delle caratteristiche e delle capacità degli elaboratori elettronici operanti nei vari centri scientifici di quel Paese, onde, poi, acquistare quello più adatto all'Istituto di Calcolo del C.N.R., diretto da Picone.

Dal 1951 al 1954 de Finetti insegna Matematica finanziaria nella Facoltà di Economia e Commercio di Trieste.

Nel 1954 è a Roma a "La Sapienza" nella Facoltà di Economia e Commercio e dal 1961, in quella di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, nel Dipartimento di Matematica G. Castelnuovo, dove insegna per 16 anni Calcolo delle Probabilità fino al 1976.

Gaetano Fichera così scriverà nel 1986:²

Picone, che sebbene fuori ruolo, seguiva sempre con sollecito interesse le vicende della Facoltà [di Scienze dell'Università di Roma "La Sapienza"] riteneva che l'Istituto matematico romano non potesse permettersi di non avere fra i suoi professori un Uomo della statura di de Finetti e volle che, assieme a lui, mi adoperassi perché questi fosse trasferito dalla Facoltà di Economia e Commercio alla nostra.

L'impresa non fu facile.

¹ Si possono trovare in de FINETTI B. (1970), *Scritti 1926-1930*, Padova, CEDAM. Questa pubblicazione riunisce 27 lavori di de Finetti in 370 pagine.

² FICHERA G. (1986), *Bruno de Finetti*, in *Atti del Convegno "Ricordo di Bruno de Finetti Professore nell'Ateneo triestino" tenuto al Dipartimento di Matematica Applicata alle Scienze Economiche Statistiche e Attuariali "Bruno de Finetti", Trieste 30-31 maggio 1986*, pp. 27-31.

Nell'Istituto matematico di Roma era allora figura di grande spicco Beniamino Segre, matematico assai autorevole, che, sforzandosi di continuare la nobile tradizione geometrica romana, iniziata da Cremona e proseguita da Castelnuovo, Enriques e Severi, pensava piuttosto a potenziare le Cattedre di Geometria, che non di aprire nuovi indirizzi.

Fu forse ricordandogli che Castelnuovo era stato, oltre che Geometra sommo, distinto cultore di Calcolo delle Probabilità, che potemmo superare le sue resistenze a far sì che de Finetti potesse, alla fine, trasferirsi presso di noi.

In poco tempo si stabilì fra Segre e de Finetti una grande amicizia ed è proprio a Segre che de Finetti volle, in seguito, dedicare il suo fondamentale trattato sul Calcolo delle Probabilità.¹

Quanti hanno conosciuto Bruno de Finetti ricordano certamente che fu un uomo schivo, dotato di rara modestia che traspariva anche dalla semplicità dei suoi modi.

Chi scrive,² dal '72 al '76, ha tenuto le esercitazioni al suo Corso, ove per tradizione, de Finetti, era presente e interagiva con l'assistente.



Conservo tanti ricordi di lui: sono molti e sono molto cari.

Anche dopo parecchio tempo scopro nuovi insegnamenti fondamentali che mi ha trasmesso.

Fin da quando ero studente del suo corso, sapeva che volevo occuparmi di didattica della matematica. Su tale argomento, fu relatore della mia tesi di laurea e subito dopo, sebbene avesse già vari assistenti, mi propose di *lavorare con lui per le esercitazioni al suo Corso* e contemporaneamente di lavorare anche nella Scuola Media, con la grande Emma Castelnuovo, che stimava moltissimo.

Bruno de Finetti è il primo grande personaggio della cultura a cui ho dedicato una rivista, «Progetto Alice», a partire dal primo numero, nel 2000, ed è fonte di ispirazione continua di molti lavori.

Gli ho voluto bene ed ho avuto il dono della sua affettuosa amicizia.

Forse più di altri, sono stato sempre cosciente del suo enorme peso scientifico e

¹ DE FINETTI, B. (1970), *Teoria delle probabilità*, vol. I e II, Torino, Einaudi, pp. 770.

² Sono a sinistra di de Finetti nella foto seguente, del 1975. Per me si tratta di ben "40 chilogrammi fa".

culturale e dell'incredibile sua originalità, e provo dolore per non aver contribuito maggiormente a diffondere le sue idee.

Le sue posizioni sono talmente convincenti da impedirmi di comprendere bene quelle differenti, che molto spesso, in vari modi e per interessi diversi, hanno contrastato l'affermazione del pensiero di de Finetti.

Bruno de Finetti viene nominato Socio Corrispondente dell'Accademia dei Lincei soltanto nel 1974 e Socio Nazionale quando già era in pensione, nel 1980, forse perché, nel 1981, verrà organizzato ai Lincei un Convegno internazionale in suo onore, in occasione del suo settantacinquesimo compleanno. Il Convegno otterrà un successo notevole.

Bruno de Finetti muore a Roma il 20 luglio del 1985.

*Forse è troppo ottimistica la mia stima, secondo cui per superare la situazione attuale occorrerà ancora mezzo secolo. Tale stima è basata sulla considerazione che occorsero circa trenta anni perché delle idee sorte in Europa (Ramsey, 1926, de Finetti, 1931) cominciassero ad attecchire in America (nonostante vi fosse pervenuto, in forma simile, B. O. Koopman, 1940). Supponendo che possa occorrere altrettanto tempo perché ivi si affermino, e poi ancora altrettanto per il viaggio di ritorno, si giungerebbe circa al 2020.*¹

In questo caso de Finetti è stato pessimista.

La sua valutazione soggettiva della distribuzione nel tempo dell'interesse nei suoi confronti non è stata affatto uniforme. Negli ultimi anni c'è stata una accelerazione notevole del numero dei riconoscimenti.

Studiosi che lavorano sui temi sviluppati da de Finetti si trovano in molte università italiane e straniere e, fra queste, in particolare quelle di Stanford, Harvard, Berkeley, Cambridge, Zurigo, Costanza e Pittsburgh.

A Pittsburgh, negli "Archives of Scientific Philosophy in the Twentieth Century", è custodito l'archivio di Bruno de Finetti assieme a quelli di Rudolf Carnap, Hans Reichenbach e Franck P. Ramsey.

Per un preesistente accordo tra l'Università di Pittsburgh e quella di Costanza in Germania, tutto il materiale acquisito da una Università viene reso disponibile anche all'altra università.

L'Accademia dei Lincei è in trattativa per un accordo analogo.

BRUNO DE FINETTI, A MATHEMATICIAN OF GENIUS IN SERVICE OF SOCIETY (I)

SUMMARY: In the centenary of his birth, we try to give a complete picture of Bruno de Finetti's life, character, best scientific contributions in mathematics and economy, of his philosophy and his research in didactics.

¹ DE FINETTI B. (1970), *Teoria delle probabilità*, cit., p. 4.