

Il sole da Pomezia a Locarno

Sebastiano Conte

Riassunto. È la descrizione di una esperienza sviluppata in classi di scuola media nell'intesa di guidarne gli allievi verso la disponibilità ad operare nell'ambito della geometria.

Abstract. This is an experience developed in an italian middle school (age from 11 to 14). The aim was to guide pupils to work within a geometric environment.

Sebastiano Conte
Mathesis Roma

Premessa¹

Una scuola in un parco; le aule circondate da un terrazzo su cui il Sole so-stava per l'intera mattinata; sull'arco dell'orizzonte, a nord-est i colli Albani, verso sud-ovest un preannuncio di mare.

Non mi aspettavo tutto questo in un mattino del settembre del 1973 viag-giando da Roma verso l'Istituto "Bartolomasi", tre chilometri a sud di Po-mezia². Mi aspettavo invece due classi di prima media un po' particolari, se mi erano state descritte come "classi differenziali". Erano annesse alla scuo-la media "V. Marone", ma ospitate, come in un collegio, nel suddetto Istitu-to "Bartolomasi", diretto da un religioso, il monsignor Pintonello³. La "no-mina" per l'anno scolastico che iniziava mi era stata proposta e affidata dal-la preside della scuola media "V. Marone" al termine di un primo anno con nomina nelle classi normali, e l'avevo accettata di buon grado (anche se con un certo timore per il genere di impegno che richiedeva) perché permetteva a me, laureato appena da due anni, di evitare l'attesa e l'incertezza della no-mina del Provveditorato. Nella programmazione che, nei giorni di attesa,

¹ Sono convinto che le condizioni ambientali della scuola in cui operavo e dell'ambiente che frequentavo (il gruppo guidato da Lucio Lombardo Radice, da Emma Castelnuovo, da Liliana Ragusa Gilli, e Lina Mancini Proia) siano state determinanti per la genesi di quelle esperienze scolastiche che già altra volta ho descritto nelle pagine di *Alice*. Per questa ragione ho sempre avuto cura di dedicare del tempo a documentare quelle "condizioni iniziali di possibilità", eventualmente correndo il rischio di cadere nella pedanteria. Lo faccio ancora nella premessa a questo articolo. Il lettore "che ha fretta" può passare alle letture dei paragrafi successivi e, qualora lo ritenesse opportuno, tornare sulla premessa per eventuali precisazioni di carattere ambientale.

² Pomezia è una cittadina a sud di Roma, lungo la via Pontina che collega Roma a Latina.

³ Ogni classe raccoglieva pochi allievi, poco più di una decina, e nella maggior parte di essi riscontrammo carenze espressive, difficoltà e timori nei rapporti sociali, sfiducia in se stessi. In verità si trattava di carenze facilmente rilevabili, in quegli anni, nelle popolazioni scolastiche di ambiente rurale, ma, certamente, in quei ragazzi si manifestavano con singolare evidenza, e, in alcuni, accompagnavano forme di sicure patologie. Erano però presenti nelle classi anche alcuni ragazzi ospiti del collegio per ragioni diverse: ad esempio perché figli di emigranti, e in essi emergevano doti e capacità del tutto normali. Queste presenze rendevano le classi in qualche modo simili, ma in un rapporto inverso, alle odierne classi che ospitano qualche allievo portatore di handicap tra altri normodotati. Contrariamente alle aspettative questo stato di cose finì con il semplificarci le scelte di metodo e il lavoro.

avevo preparato con ingenua pedanteria, avevo privilegiato la geometria. C'erano diverse ragioni per questa scelta. Alcune riguardavano sicuramente una mia spontanea predilezione per questa parte dell'educazione matematica, altre invece erano suggerite dal fatto che la geometria - quella di cui dovevo parlare - riguardava figure che potevano essere riferite anche ad oggetti della comune esperienza. Ovviamente avrei dedicato la prima lezione al triangolo, la più semplice delle figure a cui è naturale attribuire un carattere di completezza. Avevo perciò ritagliato un buon numero di triangoli di carta: c'erano triangoli scaleni, equilateri, isosceli, rettangoli, e alcuni di quei triangoli erano uguali ad altri; contavo di servirmene per guidare i ragazzi nelle operazioni di confronto, ma anche per fare conoscenza di quelle proprietà e quei caratteri delle figure che potevano essere rilevati manipolando i corrispondenti ritagli di carta, ad esempio piegandoli opportunamente, in modo da ricavare le bisettrici, gli assi, le altezze dei triangoli⁴.

Lungo il viaggio riflettevo, con tutto lo zelo ingenuo delle prime esperienze, pianificando il mio primo discorso agli allievi che avrei incontrato. *Distribuirò i triangoli ritagliati - pensavo - e lascerò che li tocchino, li stendano sul piano del banco, li avvertano anche tattilmente. Poi andrò alla lavagna e disegnerò un triangolo: l'oggetto nelle loro mani si confronterà con la figura di fronte a loro, sulla lavagna. Dirò ...*

Raggiunsi la scuola, risolsi i tanti convenevoli iniziali, feci conoscenza con i colleghi, raggiunsi l'aula e mi trovai tra i miei allievi, che, una giustificata curiosità nei confronti di chi si era appena presentato, manteneva composti nei banchi. Chiesi i loro nomi, finì l'appello da prima ora e l'inutile registrazione delle presenze già garantita dalle assistenti dell'Istituto e cercai di orientare il mio discorso verso gli argomenti progettati per la lezione. Dissi che avrei parlato di geometria, *della scienza che studia come misurare la terra - proprio come dichiara il suo nome - ma che è capace di farlo anche per distanze molto più grandi di quelle terrestri: distanze inaccessibili, come ad esempio quella tra la Terra e il Sole...*

Parlando, giravo tra i banchi, mi soffermavo sui ragazzi, e dichiaravo che

⁴ Sicuramente la scelta programmata per questo primo incontro mi veniva suggerita, più o meno consapevolmente, da fatti risalenti ai miei anni di allievo di scuola media. Di quei fatti ho parlato in *Geometria sul filo della ...meraviglia*, nel numero 4 di *Progetto Alice*: l'entusiasmo e l'ingenuità da neo laureato mi inducevano a riproporli e a riviverli, anche se in altra forma e in altro contesto scolastico.

tutto questo potere della geometria poteva farsi nascere da una figura molto semplice: questa...e distribuii i triangoli, banco dopo banco. Cercavo di dare enfasi alle mie parole e ai miei gesti. Andai quindi alla lavagna e disegnai un triangolo, scandendo i tempi di ciascun segno, lato dopo lato.

Si chiama...triangolo, dissi, volgendomi verso la classe; ma l'ultima parola riuscii appena a sussurrarla.

Mi resi conto che il mio "bel discorso", la mia "bella figura" e i miei "bei triangoli di carta" non conducevano ad alcuno scambio di emozioni tra me e i miei allievi, che, compostamente, ma sperduti in un mare di indifferenza, guardavano la figura disegnata e continuavano ad accarezzare gli inutili triangoli di carta. Un vero fallimento!

L'ampia finestra dell'aula si apriva sul panorama dei colli, su quello dei più vicini campi coltivati, sui capannoni isolati di quelle che, in quegli anni, erano ancora piccole aziende industriali, e infine sul terrazzo: accessibile e pieno di sole. Mi trovai "disarmato", e, non sapendo che cosa fare, proposi ai ragazzi di andare sul terrazzo. Accettarono e ci trovammo all'aperto, disperdendoci silenziosi. Alcuni ragazzi tenevano ancora tra le mani il triangolo di carta; io invece mi ritrovai tra le mani la bacchetta di gesso, come un frammento di un discorso interrotto.

Un'asta piantata sul terriccio di un vaso da fiori proiettava la sua ombra sul pavimento. Mi inchinai e, in un gesto automatico e distratto, ricalcai con il gesso la linea della sua ombra; poi raggiunsi i ragazzi che, affacciati lungo il parapetto del terrazzo, parlavano del parco che circondava l'Istituto. Riuscii ad introdurmi nei loro discorsi e chiesi informazioni sul parco: quanto era grande, chi era addetto alla sua cura, se vi erano molti alberi, e altro ancora. Mi dissero che vi erano alcuni giardinieri che badavano all'intero parco, ma vi era anche un piccolo orto che era invece affidato alle loro cure, e un laboratorio di falegnameria: me lo indicarono dopo avermi guidato ad affacciarmi da un altro lato del terrazzo. Discorrendo ancora, passai a domande più personali. Chiesi della loro permanenza nel collegio, delle loro provenienze, delle visite dei familiari, dei ritorni a casa. Adesso la conversazione diveniva sempre più spontanea e, a volte, trovavo anche difficoltà a seguirla non essendoci verso per far parlare i ragazzi uno alla volta.

Le colleghe di lettere, Marcella Sgrò e Chiara Politi, mi raggiunsero sul terrazzo e mi dissero che avevano accettato la proposta degli loro allievi dell'altra classe di visitare il parco. Decidemmo di unirci a loro. Guidati dai ragazzi prendemmo a far conoscenza dei luoghi, ma, con la stessa guida, presi anche a conoscere gli alberi del parco, a distinguere il platano

dall'acero, il tiglio dal pioppo e quindi la foglia del platano da quella dell'acero, la foglia del tiglio da quella del pioppo. Quanta geometria, in una sua qualche dimensione spontanea e inconsapevole, c'era in quel saper riconoscere e distinguere le forme di quelle foglie⁵, nel dominare la planimetria dei luoghi del parco e dei percorsi lungo cui guidarci.

Raggiungemmo e visitammo anche il loro orto: seppero indicarci le piante che vi erano state piantate e commentarci come la loro crescita corretta dipendeva dalla loro esposizione al Sole, dalla cura assidua nell'annaffiarle, dalla vigile difesa contro gli eventuali parassiti. Alle domande che riuscivamo a porre, non sempre con accettabile pertinenza, i ragazzi rispondevano con naturalezza e le risposte date diventavano oggetto di precisazione da parte di quanti ritenevano opportuno intervenire. Certo, la forma grammaticale e quella sintattica delle risposte e della discussione che faceva seguito ad essa non erano del tutto corrette, ma appariva da esse che le conoscenze a cui si riferiva la richiesta dell'insegnante e la risposta data dall'allievo non restavano ridotte al rapporto bipolare tra l'insegnante che formulava la domanda e l'allievo delegato a rispondere, ma acquistava una dimensione sociale di scambio e di confronto nell'interno del gruppo e si avvertiva nel loro discorrere l'eco di discorsi ascoltati in famiglia..

Quando tornammo in classe mi capitò di ripassare sul terrazzo e rivedere l'asta "tutore" piantata nel terriccio del vaso da fiori e la sua ombra. Naturalmente l'ombra si era spostata rispetto alla traccia che vi avevo lasciata. Mi chinai e, questa volta in un gesto non più automatico ma consapevole, ricalcai la nuova linea dell'ombra. Vi vidi tante opportunità per parlarvi di segmenti, di angoli, di lunghezze di segmenti e di ampiezze di angoli: insomma, per parlare di geometria, e anche, con l'occasione, per parlare dei modi secondo cui l'ombra di un oggetto si "sposta" lungo lo scorrere del giorno, ma lasciai tutto sospeso. La misura con un metro o con una riga graduata della lunghezza dell'ombra dell'asta o, con un goniometro, dell'ampiezza dell'angolo tra due di quelle ombre, si sarebbe configurata come un fatto casuale e i dati registrati - quelle lunghezze dei segmenti e quelle ampiezze degli angoli - non sarebbero state la risposta, attesa e cercata, ad una curiosità già formulata: sentii che avrei fatto cadere nel banale quello che poteva essere significativo. Ormai mi ero fatto un'idea di quei ragazzi, in maggior parte più che decenni e provenienti dalle periferie con-

⁵ Sul tema della geometria di una foglia si può vedere nel numero 2 di *Progetto Alice* l'articolo *Dalle forme della natura alle figure della geometria*.

tadine da cui avevano assimilato le forme culturale semplici e concrete, naturalmente contadine da anni ancora Sessanta. Lo si notava nei modi, diversi dai miei e da quelli delle mie colleghe, con cui osservavano una pianta o toccavano una sua foglia. Per me non vi era molta differenza tra la foglia e il fiore: anche la foglia partecipava del significato ornamentale che si riconosceva al fiore, e tutto finiva lì. Ad essi, invece, la foglia - guardata, toccata - "parlava" dello stato di salute della pianta: diceva se la pianta aveva bisogno di acqua, se subiva danni da insetti o parassiti, o se invece viveva i suoi giorni in un soddisfacente equilibrio ambientale. Gli insegnanti che li guidavano nella cura dell'orto o nel laboratorio di falegnameria avevano condotto molto bene il loro lavoro organizzando e sviluppando in senso funzionale quel loro tessuto iniziale di disponibilità ad assumere e finalizzare conoscenze. A noi toccava fare il resto, ma garantendo continuità e introducendo i ragazzi ad altre motivazioni e a nuovi strumenti operativi⁶.

Nei giorni che seguirono andò sempre più maturando tra i colleghi un accordo spontaneo sugli orientamenti educativi di fondo a cui riferirci, e presero a delinearci varie prospettive di esperienze nelle quali far convergere i contributi comuni a più discipline. Una di queste attività fu quella suggerita dall'asta e dalla sua ombra.

La geometria dell'ombra e quella della luce

Con la collaborazione del collega di educazione tecnica, prof. Alberto Spiga, e la partecipazione delle altre insegnanti, ma soprattutto facendo tesoro delle "abilità" in falegnameria dei ragazzi e della loro disponibilità a farne uso, costruimmo un certo numero di dispositivi come quello della figura 1 (pagina successiva).

In ciascuno di essi un'asta di legno, opportunamente tagliata e leggermente appuntita, si alzava perpendicolarmente su una base rettangolare ricavata da una tavoletta di legno. (altro che triangoli di carta!). Le lunghezze delle aste erano comprese tra i quindici e i venticinque centimetri. Alcune delle aste avevano lunghezze uguali. Prepararle ci costò due settimane di lavoro: tra il progetto disegnato, la costruzione delle basi rettangolari e delle aste e infine -

⁶ Adesso, a distanza di anni da quella esperienza, potrei valutare con maggiore distacco il quadro che mi si presentava, ma preferisco riportare le mie valutazioni, le mie riflessioni (e anche i miei stati emotivi) per quelle che furono.

con l'uso della squadra - il necessario assemblaggio delle aste sulle basi. Occorreva essere sicuri che l'asta venisse alzata *dritta sulla base*, cioè perpendicolarmente ad essa, e, a farlo, serviva quell'angolo tra i due lati più piccoli della squadra, l'angolo retto. Dichiarammo, naturalmente, che tutto quel lavoro serviva per un progetto di studio su come cambiavano le ombre degli oggetti durante il giorno, ma non ci preoccupammo di dare troppe precisazioni, temevamo infatti di non essere presi troppo sul serio: l'asta tutore e la sua ombra ci servirono come riferimenti occasionali. D'altra parte, i ragazzi si sentivano molto motivati a mettere in atto le loro disponibilità in lavori di falegnameria, e anche i meno dotati, quelli nei quali le difficoltà di apprendimento erano evidenti, trovavano i loro modi per partecipare al lavoro collettivo. Almeno in quel caso, non occorreva tanto da una parte spiegare e dall'altra ascoltare: occorreva "fare" e mostrare come "fare".

Completati questi lavori, in una giornata di Sole dei primi giorni di ottobre, con i ragazzi delle due classi, disponemmo le aste in punti prescelti: sul pavimento del terrazzo, su una parete verticale esposta alla luce del Sole, e nei pressi dei gradini della breve scala di accesso all'Istituto. Quattro delle aste, scelte tra quelle di uguale lunghezza, furono disposte sul pavimento del terrazzo, in una posizione privilegiata per l'osservazione. Ciascuna asta era affidata ad uno o due ragazzi, che ne erano responsabili e ai quali veniva affidato il compito di rilevarne l'ombra ricalcandola con il gesso o con un tratto di pennarello. I rilevamenti dovevano essere eseguiti contemporaneamente, ad un segnale che sarebbe stato dato, e si capisce come la "sceneggiata" che ne seguiva finisse con l'averne un ruolo significativo di coinvolgimento nelle operazioni: queste apparivano come il programma di un gioco collettivo.

Fu dato il segnale e i ragazzi ricalcarono le linee delle ombre.

In alcuni casi (Fig. 2) l'ombra si sviluppava per intero nel piano su cui si

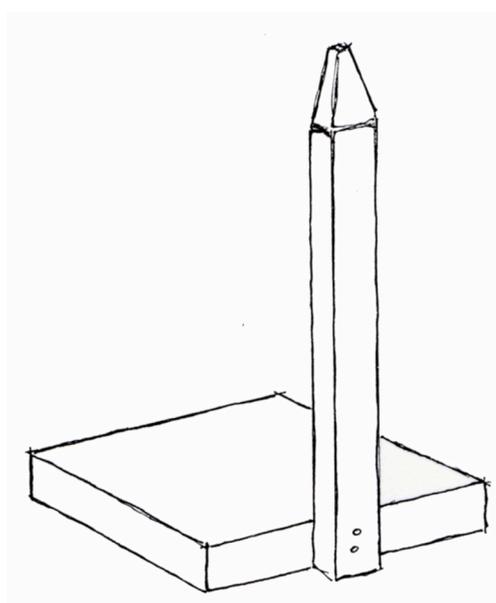


Fig. 1

Costruimmo un certo numero di dispositivi come quello della figura.

proiettava,

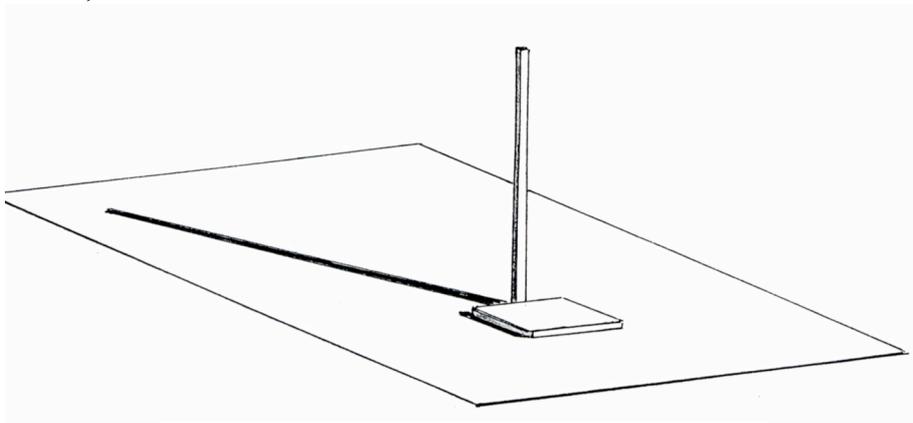


Fig. 2.

In alcuni casi l'ombra si sviluppava per intero nel piano su cui si proiettava, ...

in altri, invece, l'ombra raggiungeva il limite del piano e poi si spezzava sviluppandosi su una parete contigua (Fig. 3),

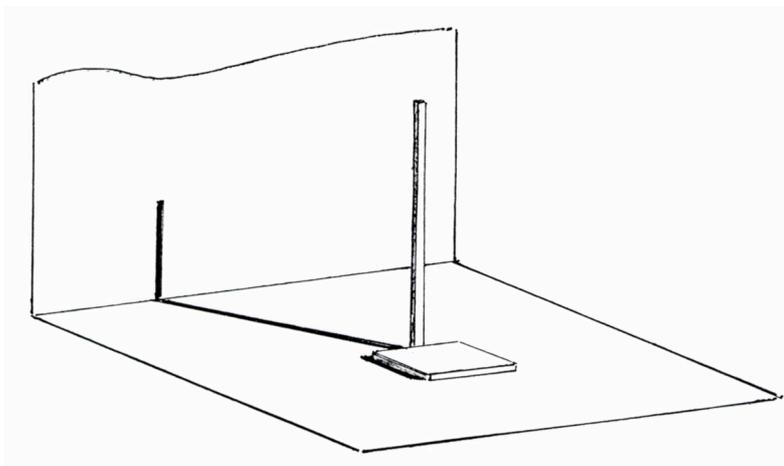


Fig. 3

... in altri, invece, l'ombra raggiungeva il limite del piano e poi si spezzava sviluppandosi su una parete contigua...

o ancora sui gradini della scala (Fig. 4). Qui l'ombra si presentava in una linea spezzata composta anche da più di due segmenti.

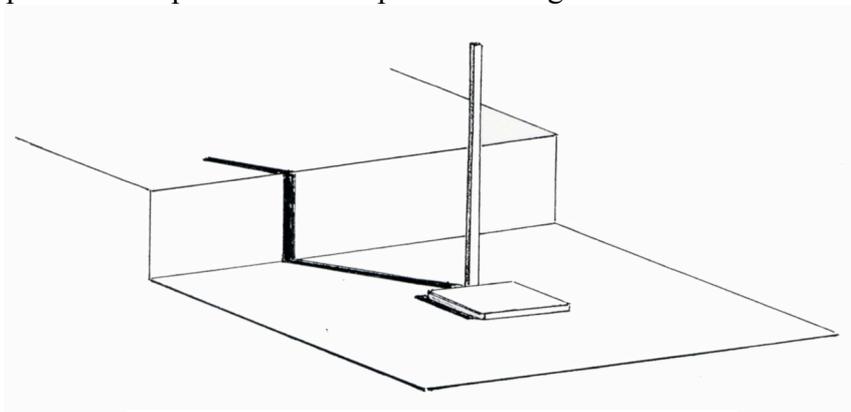


Fig.4

...o sui gradini della scala. Qui l'ombra si presentava in una linea spezzata, composta anche da più di due segmenti.

Furono quindi misurate le lunghezze delle ombre, e i responsabili di ciascuna asta riportarono sul proprio quaderno i dati che la riguardavano: posizione e lunghezza dell'asta, configurazione e misura dell'ombra, illustrandoli con un disegno. Erano disegni su carta quadrettata, come quelli delle figure 5 - un quadretto per ogni centimetro⁷ - sicuramente con qualche ragionevole concessione alla precisione.

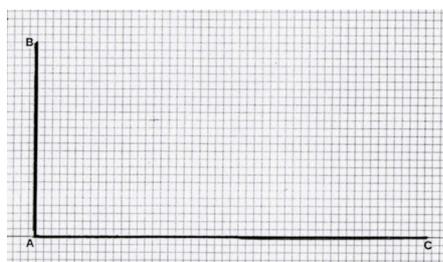


Fig. 5.1

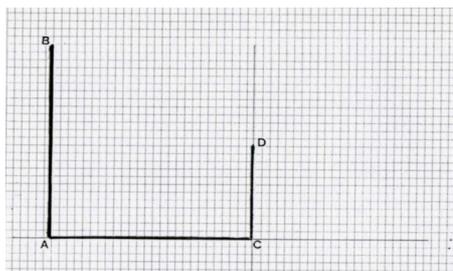


Fig. 5.2

⁷ Una diversa esperienza sulla misura dei segmenti riguardò la distribuzione delle lunghezze degli aghi di pino scelti in uno stesso rametto. Quest'altra esperienza, sul tema *La geometria di una foglia*, è stata descritta nell'articolo *Dalle forme della natura alle figure della geometria*, pubblicata nel numero 2 di *Progetto Alice*.

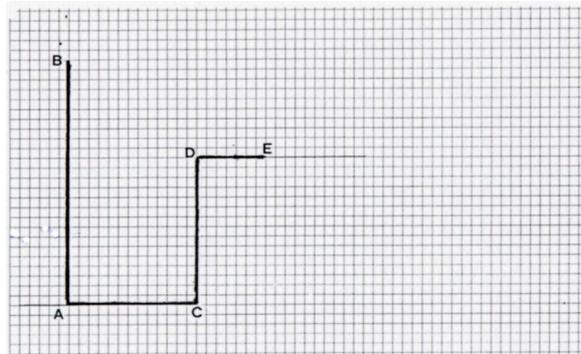


Fig. 5.3

Nei casi più semplici, cioè in quelli in cui l'ombra non si spezzava, il disegno si presentava come una coppia di segmenti perpendicolari lungo le linee della quadrettatura - un segmento per l'asta e un altro per l'ombra - aventi un estremo in comune; negli altri disegni erano anche le ombre a dividersi in più tratti contigui. Quei disegni furono poi riportati in un unico cartellone destinato a fare bella mostra di sé sulla parete del corridoio⁸. La composizione del cartellone e le redazioni dei commenti e delle didascalie che accompagnavano le figure furono guidate dalla insegnante di educazione artistica e da quelle di lettere. Si badava alla qualità del prodotto: serviva per far meglio, ma anche per avere, alla fine del lavoro, qualcosa di cui compiacersi. Il cartellone svolse anche una funzione di sintesi per più facili confronti e osservazioni guidate. Si osservò che l'ombra intera proiettata da un'asta sul pavimento aveva misura diversa dall'ombra, anch'essa intera, che un'altra asta di uguale lunghezza proiettava su una parete verticale, o da quella che si spezzava sui gradini della scala d'ingresso dell'Istituto. Tutto questo, in realtà, non faceva meraviglia⁹; fece invece meraviglia il fatto che

⁸ Le esposizioni realizzate dagli allievi di Emma Castelnuovo nella scuola media "T. Tasso" e da quelli di Lina Mancini Proia nel liceo "Virgilio" di Roma avevano evidenziato la funzionalità dei cartelloni nel documentare e riassumere i risultati di ricerche condotte dagli allievi.

⁹ Ma ci si sarebbe potuto chiedere il perché e cercare la descrizione e le ragioni che ne avrebbe dato la geometria; o ancora ci si poteva chiedere se le ombre spezzate fossero linee piane. Non sarebbe stato difficile provarlo traguardando l'ombra attraverso l'asta e osservando che ne veniva "coperta" e parlare quindi di *piano di luce* per l'asta. Ogni esperienza su fatti reali è sempre ricca di situazioni da porre e da indagare, ma occorre conser-

le ombre intere di alcune aste di uguali lunghezze poste sul pavimento del terrazzo non risultavano anch'esse uguali¹⁰, come invece ci si aspettava che fosse. Ipotizzammo la presenza di errori commessi nelle operazioni di misura e decidemmo di ripetere quelle misure ricollocando le aste nelle rispettive posizioni. Ma le differenze si ripresentarono, e potemmo renderci conto che le ragioni delle diverse lunghezze delle ombre stavano nel fatto che le aste erano state poggiate su falde diversamente inclinate del pavimento del terrazzo: alcune sulla falda “in salita”, altre sulla falda “in discesa” (Fig. 6). La lunghezza dell'ombra dipende infatti dalla inclinazione del piano su cui va a proiettarsi. Controllammo questa nostra osservazione servendoci di un ripiano di legno che potevamo inclinare in vario modo¹¹.

vare una saggia prudenza e aspettare per alcuni di quei fatti l'occasione buona, ad esempio quella che gli accoglie con meraviglia, eventualmente inducendola.

¹⁰ E, in questo caso, la nostra meraviglia aveva un riferimento diverso da quella che poteva essere avvertita dai ragazzi e faceva seguito alla nostra geometrizzazione dei fatti osservati. I ragazzi avrebbero potuto soltanto osservare che non c'era alcuna ragione perché quelle ombre fossero diverse.

¹¹ Ci serviva evidenziare questo rapporto tra la lunghezza dell'ombra e l'inclinazione del piano su cui si proietta; ma fu questa anche un'occasione per parlare di “piano orizzontale” come di *quel piano che lascia la goccia delle livelle al centro del loro arco*. Ma valutammo anche l'inclinazione del ripiano servendoci di un filo a piombo (che indicava appunto la direzione verticale: *quella seguita da un sasso lasciato cadere*) associato ad un goniometro.

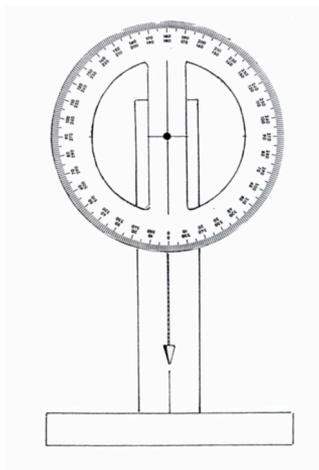


Fig. 7

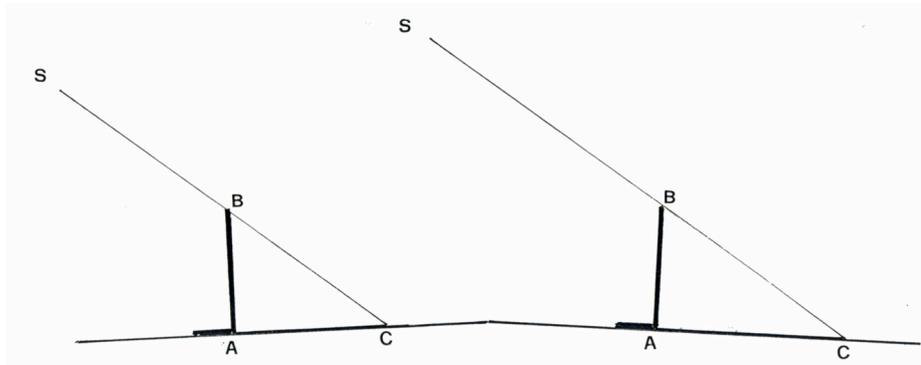


Fig. 6

la lunghezza dell'ombra dipende anche dalla inclinazione del piano su cui va a proiettarsi.

Nei disegni che, come quelli della figura 6, documentavano le ombre su piani diversamente inclinati, presi la decisione di collegare l'estremità dell'asta all'estremità dell'ombra con una *linea dritta*, cioè con un segmento di retta: convenzionale immagine del *raggio di luce*.

Avevo sempre esitato a tracciare quella linea nelle figure precedenti, pur essendo portato a considerare la sua presenza un naturale completamento di quelle figure e, soprattutto, un riferimento ai principali "protagonisti" di quelle esperienze: al Sole e ai suoi raggi. Cercherò di dire le ragioni di queste mie esitazioni.

L'asta di cui si proietta l'ombra è un oggetto concreto, materialmente individuato che vediamo e tocchiamo, e lo è anche la sua ombra, sebbene con minore materialità, ma tuttavia tale da essere vista e misurata nella sua lunghezza. Non vi è allora alcuna difficoltà ad accettare di riferire a quei due oggetti i due segmenti che, nel disegno, li raffigurano. Al contrario quel nuovo segmento non era riferibile a nulla dello stesso genere.

Il sole, pensavo, lo avvertiamo sulla nostra pelle, la sua luce diffusa illumina il cielo e rende visibile gli oggetti; ma non vediamo i suoi raggi: li cogliamo soltanto (e con altro significato) in una convenzione rappresentativa che, stranamente, è tanto sedimentata da essere presente persino nei disegni infantili¹². La linea tracciata in ciascuno dei disegni della figura 6 non è però parte di una immagine ingenua del sole: è quella di un filo teso

¹² Avrei potuto servirmi di un'aula in penombra e guidare i ragazzi ad osservare i fasci di luce che penetrano per la finestra socchiusa, ma non mi pareva che bastasse.

tra due punti, ma di un “filo che non c’è”, che però occorre pensare che ci sia perché dalla figura descrittiva dei fatti osservati si passi alla “geometria di quei fatti”.

Mi chiedevo come sarebbe stata intesa la presenza di quella linea nella figura, ma, “mi feci coraggio”: tracciai la linea e dissi: *È il “raggio del Sole”, da qui* [e indicai l’estremità dell’asta esposta al sole] *a qui* [e indicai l’estremità dell’ombra].

E per i ragazzi quel segmento (nella figura) fu il *raggio del Sole* (o di *luce*, o d’*ombra*): senza inconvenienti!

Non parlai però di “retta”, e non usai subito questo nome: pensai che avrei corso il rischio che il suo significato venisse ridotto a quello di “raggio di sole”.

Fu con quel segno che la geometria fece il suo ingresso nell’esperienza. Mi divenne possibile porre problemi del tipo:

C’è qui l’asta AB [e, sulla lavagna, in una figura come la figura 8.1, indicai il segmento AB], *piantata sul terreno*, ...



Fig. 8.1

...che proietta la sua ombra in AC [e indicai il segmento AC (Fig. 9.2)].



Fig. 8.2

Ma qui, in P [e indicai un punto P, tra A e C (Fig. 9.3)], alzerò la parete PQ [e tracciai il segmento PQ].

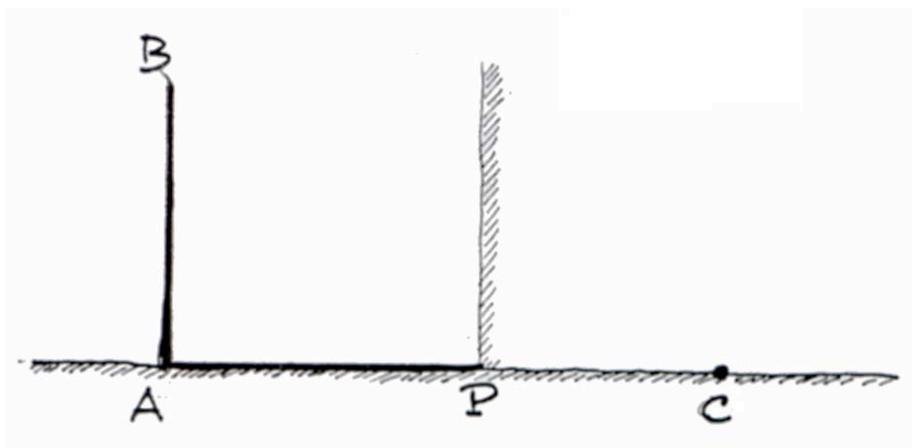


Fig. 8.3

Quale sarà l'ombra dell'asta AB sulla parete PQ, che ancora non c'è?

Ora potevo parlare di “retta” (Fig. 8.4).

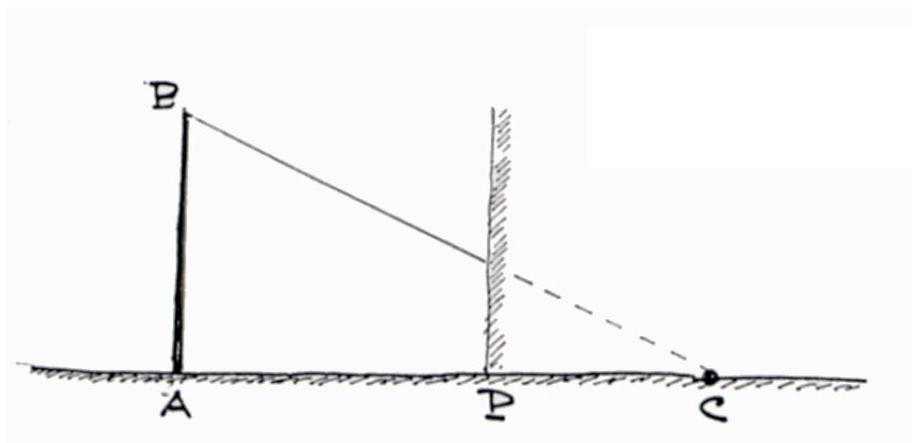


Fig. 8.4

E, naturalmente potevo porre il problema inverso:
 supposto esistente lo schermo PQ, ci si chiede quale sarà
 l'ombra dell'asta sul terreno qualora lo schermo venga rimosso.

Nel problema la linea tracciata, AC, e, con essa, l'intera *retta del raggio di luce* a cui apparteneva, rivelava la sua funzione di *oggetto geometrico* che conservava anche in quei percorsi che per la luce sarebbero stati soltanto percorsi virtuali, ad esempio come quelli per raggiungere pareti immaginate oltre quel punto C (Fig.9), cioè dove la luce non arriva, perché bloccata dalla superficie opaca su cui ha già proiettato l'ombra dell'asta.

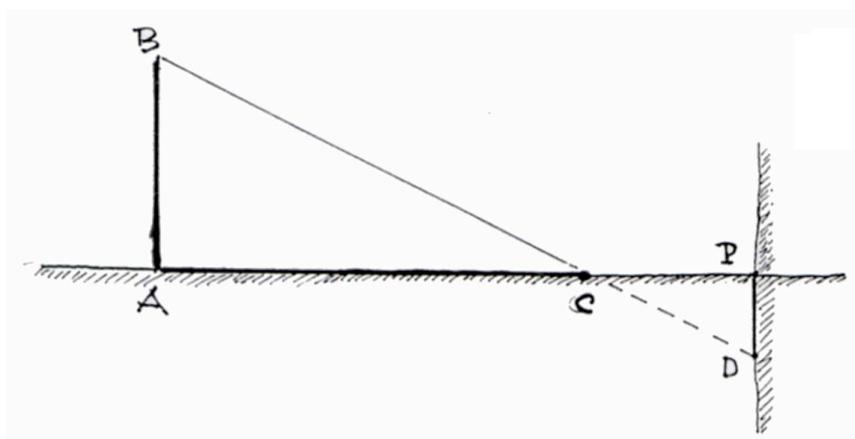


Fig. 9

Ad ogni esperienza, come ad ogni sistema di conoscenze, serve una qualche

morfologia di rappresentazioni (o, se si vuole, di concetti) a cui fare riferimento per organizzarsi e diventare esplicita e comunicabile. Per l'esperienza condotta dai ragazzi della scuola di Pomezia la morfologia di riferimento era quella fornita dalla geometria euclidea, e, a parte la casualità che mi aveva indotto a scegliere quella esperienza come mediazione educativa, in una didattica consueta avrei premesso le conoscenze disciplinari di quella geometria alla conduzione dei lavori. Ma prendevo ora a dubitare della opportunità di quella che sarebbe stata la mia scelta e mi rendevo conto della presenza di un pregiudizio di metodo nella pratica professionale configuratasi sulle mie abitudini di studio. Tra le esperienze e il sistema delle nozioni disciplinari di riferimento, corre un rapporto di reciproca referenzialità da non condizionare con criteri di priorità preconcepite. Le osservazioni condotte sui fatti ci guidano a prendere coscienza della esistenza di nessi tra quei fatti tanto da avvertire l'opportunità di comporre quei nessi in una qualche gerarchia di subordinazioni¹³ eventualmente destinata a configurarsi in una propria autonomia costitutiva. Viceversa, il quadro di una possibile gerarchia di fatti, se già noto, fa da guida all'esperienza che le è riferibile anticipando quanto vi si vi osserva e finendo, in alcuni casi, col renderne superflua la verifica. La scelta della priorità tra esperienza e morfologia di riferimento dipende dal contesto in cui si opera.

Alle esperienze sull'ombra dedicammo i primi due mesi di scuola, ma non le accantonammo definitivamente: tornavamo ad esse tutte le volte che, un po' per gioco, un po' facendo sul serio, se ne dava l'occasione, alternandole con gli argomenti di aritmetica e con gli altri di geometria che andavamo svolgendo: riuscimmo persino a riprendere i "triangoli di carta"¹⁴.

¹³ Fatti di esperienza ci avevano permesso di riscontrare che, se il punto comune a due rette è molto lontano (come lo è il Sole per i suoi raggi), allora certi angoli che quelle due rette formano con un'altra retta che le incontra entrambe sono praticamente uguali ed accedere così alla nozione di parallelismo tra rette e ad una condizione per riconoscerla.

¹⁴ Demmo anche inizio ad altre esperienze su cui si continuò a lavorare negli anni successivi: ad esempio a quella sulla "geometria della foglia" a cui fa riferimento la nota 5, sull'ecologia dello stagno (scoprimmo le dafnie) e ad un'altra sulla "planimetria del parco", intesa come lo studio di una "geografia locale" propedeutico allo studio della geografia indicato dal programma scolastico. Una delle esperienze ebbe per oggetto la storia della emigrazione dall'Italia. Fu questo un tema particolarmente sentito dai ragazzi. Quelli, tra essi, che avevano i genitori tra gli emigrati, portarono ai lavori un contributo personale ricavato dai racconti e dalle testimonianze dei genitori e dei nonni. Le insegnanti di lettere

Seguendo il corso del sole

Nell'anno successivo si aggiunsero altre due prime, e, con le nuove classi, altri insegnanti, tra i quali, per matematica ed osservazioni scientifiche, le dottoresse Lucia Capuano (laureata in scienze biologiche) e Isabella Monti (laureata in matematica); Catia Perry per lettere, Carla Figliuolo ed Edvige Caputo per educazione artistica, Pia Oggheri per educazione tecnica. Il loro coinvolgimento al tipo di lavoro condotto nell'anno precedente fu immediato. Decidemmo di riprendere le esperienze sulle ombre, ma con un diverso obiettivo. Ci proponemmo di esaminare come varia, ora per ora, l'ombra di un'asta mentre il sole segue il suo corso nel cielo. Per meglio conservare quanto avremmo documentato, avemmo cura di stendere sotto l'asta un foglio di carta da pacchi, disteso sul pavimento del terrazzo.

La figura 10, riproduce parte del cartellone su cui avevamo trasferito i dati raccolti, mancano le didascalie. Le ombre riportate sono quelle registrate nelle ore indicate in un giorno di ottobre.

L'ombra dell'asta assumeva lunghezze diverse, ma anche direzioni diverse. Si presentava lunga nel mattino, quando il sole era basso sull'orizzonte, ma prendeva a ruotare attorno alla base dell'asta e ad accorciarsi via via che il sole si levava verso la parte centrale del cielo; poi riprendeva ad allungarsi continuando a ruotare nello stesso verso, mentre il sole calava verso l'altra parte dell'orizzonte. Non si dava quindi soltanto il caso di rilevare l'ombra, ora dopo ora, e misurarne la lunghezza, ma anche quello di misurare l'ampiezza dell'angolo spazzato dalla sua rotazione attorno alla base dell'asta negli intervalli di tempo tra due misure.

si occuparono della parte storica del tema e curarono una raccolta delle corrispondenze epistolari degli emigranti la cui lettura rese possibile un bel confronto tra le forme espressive dei loro dialetti e quelle della lingua italiana. L'insegnante di educazione musicale, Santina Pirruccio, si interessò alle canzoni degli emigranti; io curai la parte riguardante la storia statistica dell'emigrazione e fu una valida occasione di pratica aritmetica per il calcolo delle medie e per le rappresentazioni grafiche. Usammo una calcolatrice da tavolo messaci a disposizione dall'Istituto ospite della Scuola (i "calcolatorini" non li avevamo ancora). Per la documentazione ci fu utile un numero speciale della rivista *Il Ponte*, dedicato al tema: *Emigrazione: cento anni*, pubblicato dalla casa editrice *La Nuova Italia* (novembre-dicembre 1974).

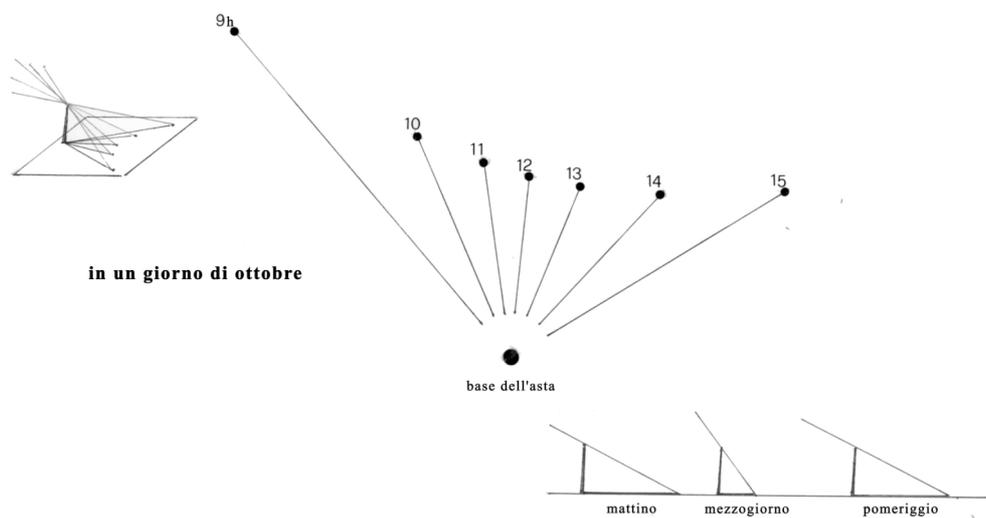


Fig. 10

Le ombre mostravano una evidente regolarità nel loro succedersi e le loro estremità sembravano scorrere lungo una linea ben definita.

Un modellino (Fig. 11) ci diede dei riscontri su come stavano i fatti.

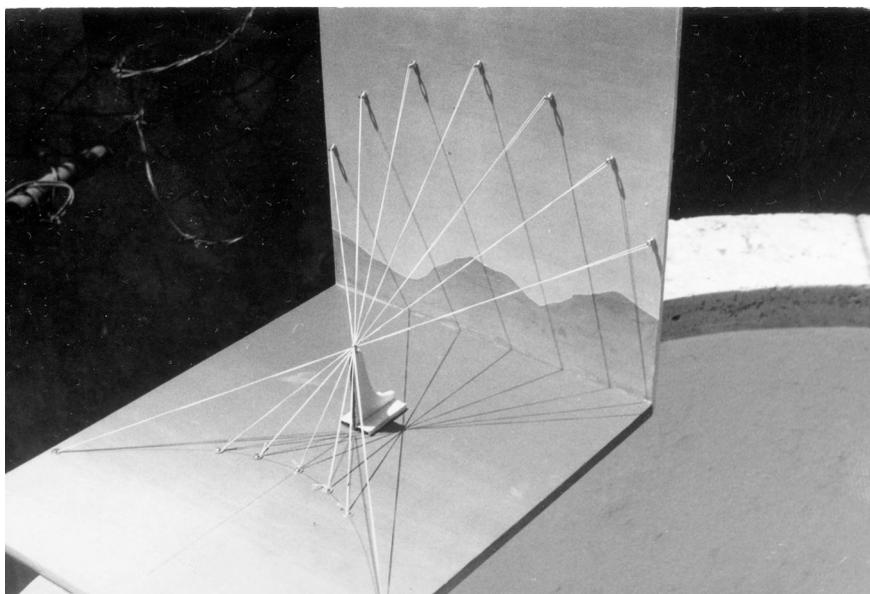


Fig. 11

Si assumeva che il sole descrivesse durante il giorno (da un'alba alla successiva) un arco di circonferenza, e che, conseguentemente, i suoi raggi per l'estremità dell'asta descrivessero (dall'alba al tramonto) parte della superficie di un cono con il vertice in quella estremità. Ritrovammo sul piano orizzontale del modellino una linea dello stesso tipo di quella lungo cui parevano disporsi le estremità delle ombre sul pavimento del terrazzo.

Si dava così l'opportunità di parlare del cono, della sua superficie e delle sue sezioni piane, ma anche dei coni di luce proiettati da una lampada sulle pareti, e delle ombre dei cerchi, e fu possibile dare un nome a quella linea che raccoglieva le estremità delle ombre dell'asta. Quella linea era una *iperbole*.

Ripetemmo i rilevamenti delle ombre in giorni diversi: sono quelli riportati nella figura 12.

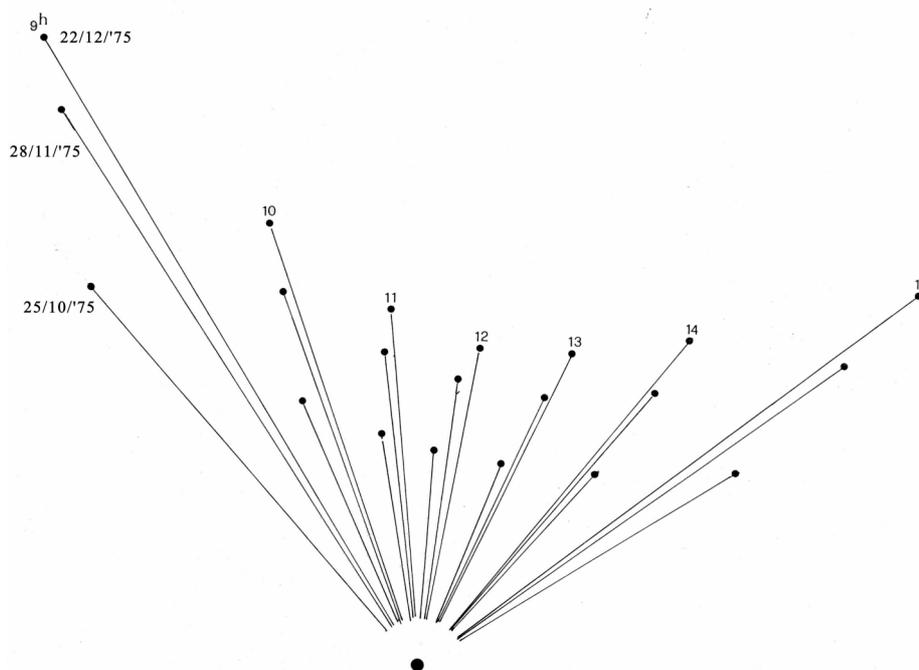


Fig. 12

In novembre le ombre risultavano più lunghe di quelle di ottobre, e così quelle di dicembre rispetto a quelle di novembre; inoltre, corrispondentemente al loro allungarsi, si stringeva il settore del piano entro cui le ombre venivano a collocarsi e si incurvava sempre più la linea, iperbole, su cui si collocavano le estremità delle ombre. Queste variazioni dei caratteri delle

ombre corrispondevano ai diversi archi di cerchio percorsi dal sole nei giorni di quei mesi, e ai diversi archi di orizzonte individuati dal sorgere e dal calare del sole. Essendo una scuola a tempo pieno, nei giorni di dicembre, era possibile osservare, pochi minuti dopo il termine delle lezioni, lo spostarsi del punto del tramonto del sole sull'orizzonte.

Ma il modellino ci suggerì ancora qualcosa su cui indagare. Era evidente la presenza in esso di un piano di simmetria: era il piano per la retta del bastoncino che sostituiva l'asta e per il sole nel suo punto più alto. Pensammo al sole a mezzogiorno, "al piano di luce" (non restava che chiamarlo così) con cui il sole proiettava l'ombra dell'asta, e alla traccia di quell'ombra. Ci proponemmo di trovare quella traccia sul piano del terrazzo, e di ricavarla come asse di simmetria di tutte le possibili coppie di ombre nel corso di uno stesso giorno.

Con centro nel piede dell'asta (Fig. 13) tracciammo una serie di circonferenze (tre o quattro) i cui raggi avevano lunghezze comprese tra la lunghezza minore e quella maggiore delle ombre rilevate qualche giorno prima:

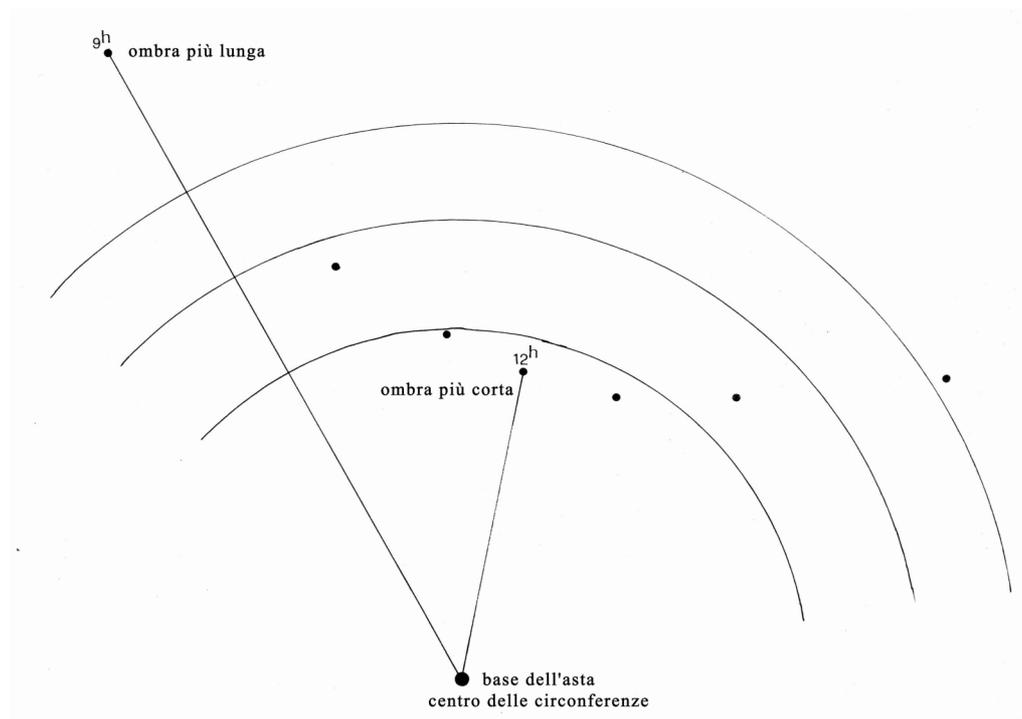


Fig. 13

Nelle ore del mattino, con le ombre lunghe, l'estremità dell'ombra era e-

sterna ai cerchi. Successivamente, con l'accorciarsi e lo spostarsi dell'ombra, il punto estremo raggiungeva successivamente ciascuna delle circonferenze per ritrarsi nell'interno del suo cerchio. Poi l'ombra riprendeva ad allungarsi e la sua estremità ripassava sulle circonferenze. I due punti, quello di *ingresso* "i" in un cerchio e quello di *uscita* "u" dallo stesso cerchio, individuavano su ciascuna delle circonferenze una corda di cui ricavamo il punto medio. Con buona approssimazione questi punti medi (uno per ciascuna circonferenza) si disponevano su una stessa semiretta per la base dell'asta. Era la retta asse di simmetria delle coppie di ombre di quel giorno (figura 14).

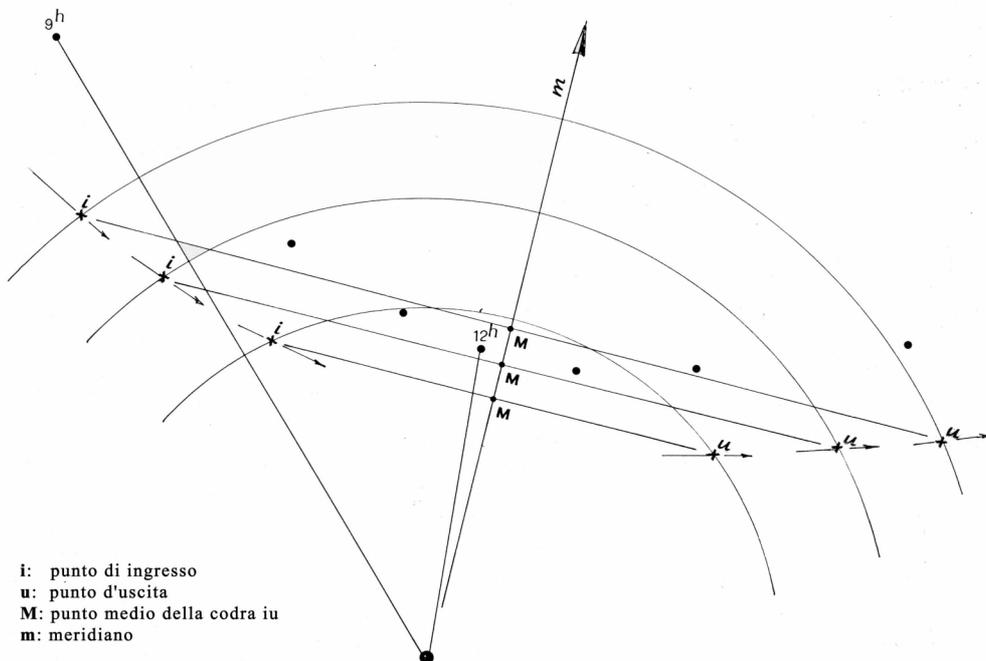


Fig. 14

Ripetemmo l'esperienza in giorni diversi. Da giorno a giorno cambiava la collocazione delle ombre rilevate (ce ne ha data un'idea la figura 12), ma l'asse di simmetria delle loro coppie rimaneva lo stesso: non variava col giorno. Avremmo potuto dire: *Ha carattere geografico, e non da calendario*, e, con esso, si dava il caso di parlare di geografia: della superficie terrestre, dei meridiani, dei paralleli e del sole. Serviva farlo perché era nel programma, ma serviva anche per capire quanto ci era capitato di osservare. La linea che separava per simmetria le coppie di ombre era la linea del meri-

diano passante per la base dell'asta e quindi per la nostra scuola. La tracciammo sul pavimento del terrazzo perché rimanesse dove l'avevamo individuata.

Le ombre dell'asta raggiungevano la loro lunghezza minima quando il sole le proiettava sulla linea meridiana, e, nel verso lungo cui si proiettava l'ombra, il meridiano indicava il nord. Avemmo l'occasione per confrontare la sua indicazione con quella data da una bussola.

A volte i ragazzi ci chiedevano di tornare a "misurare le ombre". Era in molti casi una "scusa" per andare sul terrazzo, stendere sul pavimento un foglio di carta da pacchi e collocare l'asta (lo *gnomone*). Poi, a turno, tornavano sul terrazzo al cambio dell'ora, per ricalcare la linea dell'ombra e misurarne la lunghezza. La motivazione che li stimolava non era certamente riferibile ad una vera e propria curiosità verso quanto si osservava, ma lasciavamo fare (pur rispettando una certa misura), fidando che col "fare" meno controllato dalla nostra presenza avrebbero assunto una capacità di autonomia operativa.

C'era inoltre un'altra ragione.

Nei giorni di gennaio, e poi ancora in quelli di febbraio, le ombre tendevano a riprendere, a ritroso, configurazioni prossime a quelle che precedevano l'ultimo rilevamento prima delle vacanze di Natale: quello del 22 dicembre, giorno del solstizio d'inverno. Anche l'iperbole prendeva ad "allargarsi". Occorreva che si rendessero conto di quanto accadeva e questo ci pareva una buona ragione per concedere con una certa libertà l'autorizzazione a... "misurare le ombre" e a lasciarlo fare nei casi in cui la richiesta partiva da loro. Lo facemmo sino alla metà di febbraio: poi basta. Aspettavamo l'equinozio!

Il giorno dell'equinozio di primavera si tornò alla misura. L'angolo di piano su cui si proiettavano le ombre si era allargato, ma le estremità delle ombre non si muovevano più lungo quella curva, l'iperbole, che ci era diventata ormai familiare, dato che ce la eravamo anche trovata sul modellino.

Le estremità delle ombre descrivevano ora una retta (Fig. 15) che, con buona approssimazione, si presentava perpendicolare alla linea meridiana.

Abbiamo perso l'iperbole, commentò un ragazzo.

Spieghammo che, in realtà, *avevamo perso il cono*, quello dei raggi solari, e che in quel giorno il sole si muoveva su una circonferenza che aveva il suo centro nel vertice dell'asta, e quindi che il cono si riduceva ad un piano passante per l'estremo dell'asta. A quel piano apparteneva la traccia lasciata dal-

le estremità dell'ombra sul pavimento.

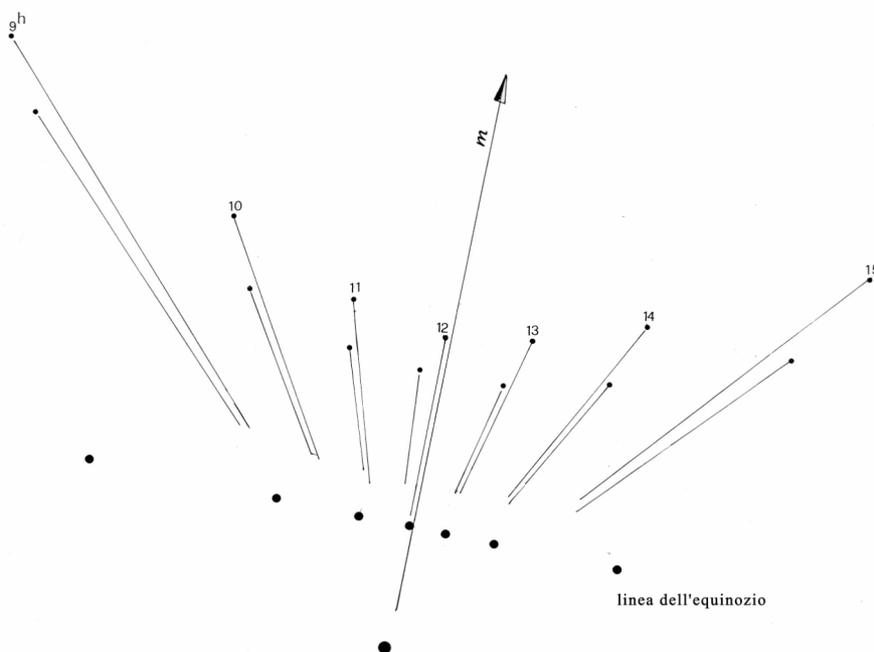


Fig. 15

I rilevamenti dell'ombra furono sospesi. Ne rifacemmo uno soltanto verso la fine dell'anno scolastico: verso la metà di maggio, e constatammo che l'iperbole si era ripresentata ma si era incurvata verso il sud, invece che verso il nord.

Il sole da Pomezia a Locarno

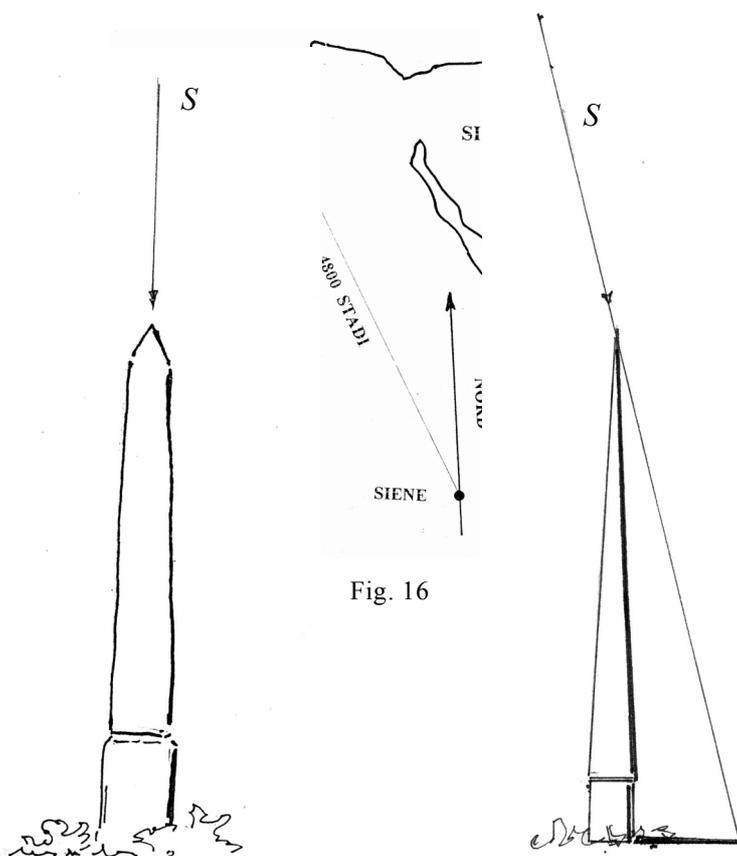
Accade a volte (ma dovrebbe accadere più spesso) che sia qualche fatto storico a suggerire esperienze realizzabili nella scuola. Nel caso dell'esperienza che segue, l'idea ci fu data dalla misura del meridiano terrestre fatta da Eratostene. Naturalmente si trattava di una misura indiretta. Ma sono proprio le misure indirette quelle di cui la geometria si rivela protagonista e il rapporto genetico tra esperienza e geometria si inverte: dalla geometria passa all'esperienza. Inoltre, essendo quella di Eratostene un'esperienza realizzabile con strumenti semplici e facilmente costruibili, essa riesce a mettere bene

in luce il suo rapporto con la disciplina che le può fare da guida. Nel nostro caso ci furono poi ragioni in più: la pratica assunta con le esperienze fatte sulle ombre proiettate dal sole e la linea del meridiano tracciata sul terrazzo della scuola.

Eratostene, da Cirene, visse tra il 275 e il 195 a. C.. Fu allievo del poeta Callimaco, e fu anch'egli poeta, ma fu anche geografo, astronomo e, naturalmente, matematico. Sostituì il suo maestro nella direzione della biblioteca di Alessandria in Egitto, la più grande biblioteca dell'antichità.

Di lui, negli anni della scuola media, si parla a proposito dei numeri primi e del suo *crivello* - detto appunto *crivello di Eratostene* - che è un metodo molto semplice, anche se un po' laborioso, per selezionare numeri primi nella successione dei numeri naturali, e quindi tabellarli. Il suo "rapporto" con il meridiano terrestre è però meno noto.

Eratostene sapeva che nel giorno del solstizio d'estate, a mezzogiorno, cioè quando il sole raggiungeva il punto più alto del suo percorso, nella città di Siene (l'attuale Assuan) (Fig. 16), in Egitto, gli edifici, gli obelischi, le aste verticali non proiettavano ombra, perché il sole era esattamente sulla verticale della città (Fig. 17), tanto da rispecchiarsi nell'acqua del fondo dei pozzi. La stessa cosa non accadeva ad Alessandria (Fig. 18).



A Siene, nel giorno del solstizio d'estate
e a mezzogiorno, gli edifici non proiettano
ombra perché il sole è sulla verticale della città.

Non accade la stessa cosa ad Alessandria

Eratostene concluse che i raggi del sole dovevano formare angoli diversi con le verticali nelle due città. Era inoltre convinto che la terra avesse forma sferica, che ogni suo meridiano fosse una sua circonferenza massima e che Siene ed Alessandria fossero su uno stesso meridiano. In alcune di queste cose c'era un piccolo errore ma non tale da escludere due buone conclusioni:

- che la differenza tra i due angoli che i raggi del sole formavano con le verticali nelle due città è uguale all'angolo sotto cui il centro della Terra "guarda" quelle due città (Fig. 19).
- che si poteva servire di quella differenza per calcolare la lunghezza del meridiano, e quindi quella del suo raggio, da lui pensato come il raggio terrestre.

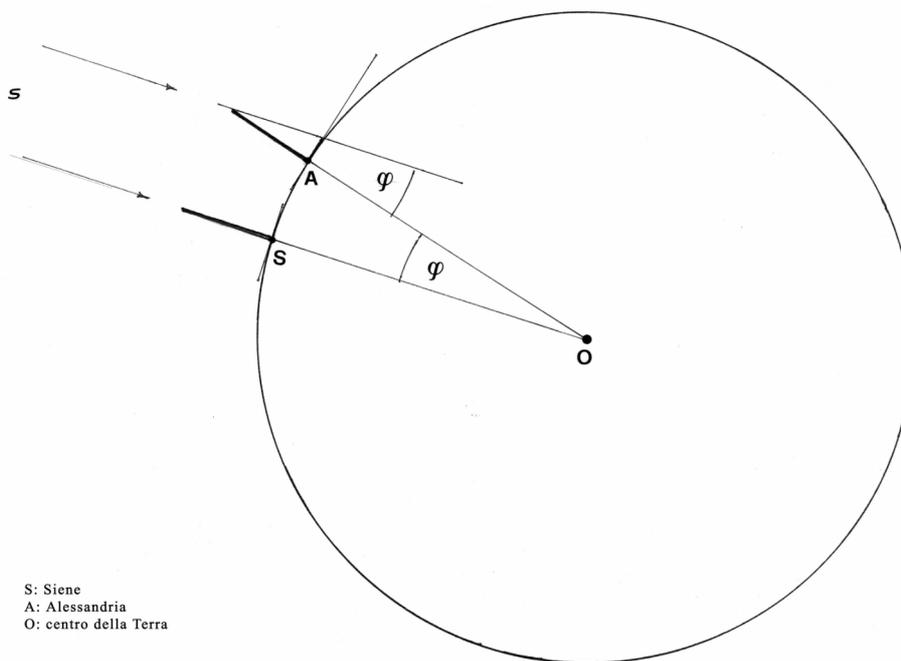


Fig. 19

Naturalmente occorre conoscere la distanza tra le due città. Questa era

valutata per 4500 stadi. Lo *stadio* è un'antica unità di misura delle distanze, pari a circa 170 metri.

Misurò quindi in Alessandria l'angolo che i raggi del sole formavano con una asta verticale. Lo fece quando l'ombra dell'asta si proiettava sul meridiano passante per la sua base, e nel giorno di un solstizio d'estate¹⁵ servendosi di un dispositivo chiamato *scafe*. Lo *scafe* è una semisfera cava graduata con infissa nel fondo un'asta avente l'estremo nel centro della sfera (Fig. 20):

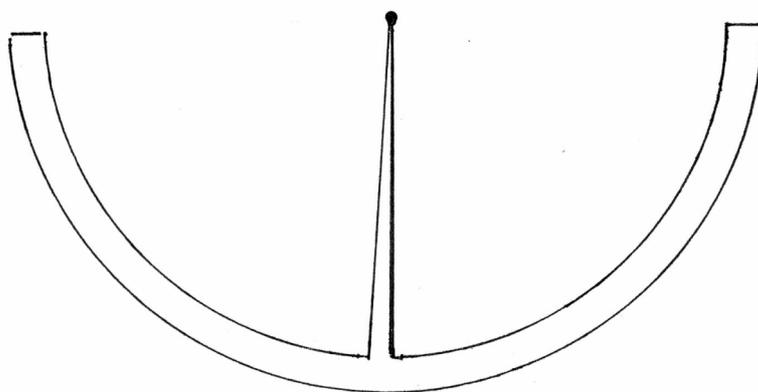


Fig. 20

Costatò che in Alessandria e nel giorno detto, l'ombra dell'asta era $1/50$ della intera circonferenza massima dello *scafe* (Fig. 21).

¹⁵ Avrebbe potuto farlo in un giorno qualsiasi (purché con il cielo non coperto da nubi), ma avrebbe dovuto eseguire le misure sia ad Alessandria sia a Siene. Il giorno del solstizio gli consentiva invece di eseguire una sola misura, quella di Alessandria, essendogli già nota quella di Siene.

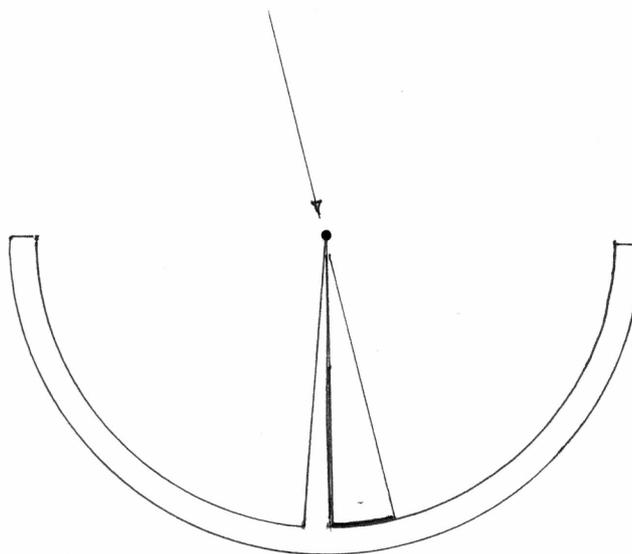


Fig. 21

A Siene, in quello stesso giorno quell'angolo aveva invece ampiezza zero. La differenza tra i due angoli era perciò tutto l'angolo misurato ad Alessandria.

Dedusse che anche l'arco del meridiano tra Siene ed Alessandria fosse 1/50 della sua intera circonferenza.

Calcolò la lunghezza di quest'ultima moltiplicando per 50 la distanza tra le due città.

Così:

$$\begin{aligned} \text{Meridiano terrestre} &= 50 \times (\text{distanza Siene-Alessandria}) = \\ &= 50 \times 4.500 \text{ stadi} = 240.000 \text{ stadi}. \end{aligned}$$

Ma continuò:

$$\begin{aligned} \text{Raggio terrestre} &= \text{Meridiano terrestre} : 6,28 = \\ &= 240.000 : 6,28 = 38.216,6 \text{ stadi}. \end{aligned}$$

Tradotta in metri, la misura trovata da Eratostene è di 40.800.000 metri (40.800 chilometri) per il meridiano terrestre; e di 6.496.815 metri (6496,8 chilometri) per il suo raggio.

Le valutazioni che ora assumiamo per quelle stesse lunghezze sono rispettivamente 40.009,2 Km e 6.357 Km (raggio polare).

Avevamo parlato ai ragazzi di Eratostene e della lunghezza del meridiano, mossi dalla ragione di collocare storicamente, oltre che geograficamente, quella linea tracciata sul pavimento del terrazzo. Sia io, sia i miei colleghi eravamo interessati a riprendere l'esperienza: vi vedevamo occasioni per parlare di storia, di geografia e anche di arte antica (quella egizia, con le sue piramidi e i suoi templi). Ma c'era una difficoltà: per la realizzazione dell'esperienza avevamo bisogno di una scuola partner in una città non troppo vicina a Pomezia. Ne discutemmo al termine dell'anno scolastico e ci proponemmo di cercarla, augurandoci buona fortuna per l'anno successivo. Naturalmente non ci proponevamo di calcolare la lunghezza del meridiano: per farlo avremmo avuto bisogno della distanza tra le due città, da conoscere per misura diretta e non ricavata, ad esempio, da una carta geografica. Decidemmo allora (come per il primo risultato ricavato da Eratostene per le città di Sienne e di Alessandria) che ci saremmo limitati a calcolare l'angolo da cui il centro della terra guarda le due città: Pomezia e la città della possibile scuola partner. Quell'angolo non è altro che la differenza di latitudine¹⁶ tra le due città.

¹⁶ La latitudine di un punto sulla superficie terrestre è una delle coordinate geografiche di quel punto ed è la sua distanza angolare dall'equatore misurata in gradi (a nord o a sud) su un arco di meridiano. Punti di uguale latitudine stanno sullo stesso parallelo.

Parlai del progetto al collega Angelo Bartoletti, insegnante di matematica in un IV Ginnasio di una scuola di Locarno, nel Canton Ticino, e perciò nella Svizzera di lingua italiana. Incontravo Angelo nei convegni del C.I.A.E.M. (Commission Internationale pour l'Elude et l'Ameilioration de l'Enseignement des Mathematiques) che si svolgevano con periodicità annuale. Gli parlai del lavoro già svolto, del progetto successivo e decidemmo di coinvolgere gli allievi delle nostre scuole in una esperienza comune.

Le nozioni di geometria da utilizzare erano ridotte a conoscere l'uguaglianza degli angoli alterni interni che due rette parallele formano con un'altra retta che le taglia entrambe. Le rette parallele erano le rette dei raggi solari per Pomezia, per Locarno e per il centro della Terra. La distanza del Sole dalla Terra garantiva sul parallelismo delle prime due rette, la terza era scelta parallela ad esse per il centro della terra..

Per gli allievi della scuola di Locarno questi dati geometrici erano ovviamente noti nel loro contesto disciplinare; per i miei potevo fare affidamento ad una loro accettazione come dati di esperienze già praticate.

Nel mese di novembre del nuovo anno scolastico (il terzo anno della scuola media per i miei ragazzi) riparlammo di Eratostene, della sua storia con il meridiano terrestre e proponemmo il progetto della nuova esperienza che il racconto ci suggeriva. Parlammo anche dell'aiuto di cui avremmo

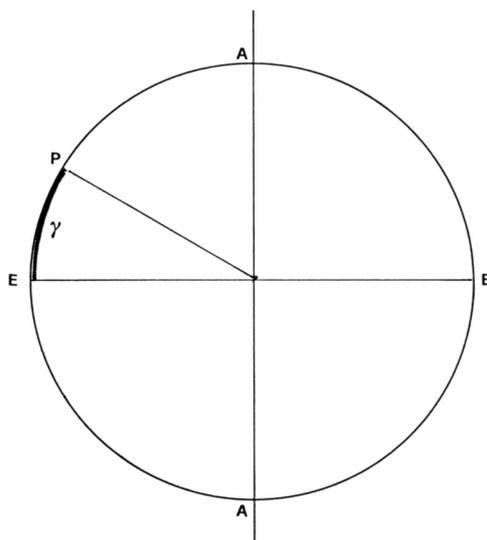


Fig. 22

avuto bisogno da parte di un'altra scuola e della disponibilità di quel ginnasio di Locarno.

Nei primi giorni di dicembre partì la lettera per Locarno con la proposta dell'esperienza da condurre e l'invito a collaborare. L'invito fu accettato e si diede inizio ai lavori.

Ciò che occorreva fare era:

1. Scegliere il posto in cui collocare le aste.
2. Individuare la linea meridiana per la base dell'asta (come è stato già indicato nelle figure 13 e 14).
3. Rilevare le ombre proiettate in uno stesso giorno sulla linea meridiana da parte sia della scuola di Pomezia, sia di quella di Locarno.
Si poteva scegliere un giorno qualsiasi, ma servivano misure fatte in uno stesso giorno da entrambe le scuole.
4. Disegnare il triangolo rettangolo avente per cateti l'asta, la sua ombra e, per ipotenusa, il raggio di luce.
5. Misurare l'ampiezza degli angoli che, in quei due triangoli (quello di Pomezia e quello di Locarno), guardano il cateto dell'ombra.
6. Calcolare la differenza tra le ampiezze degli angoli misurati nelle due città.

La differenza calcolata sarebbe stata la misura dell'angolo cercato, cioè la differenza di latitudine tra le due città.

Decidemmo di utilizzare da parte di ciascuna scuola quattro aste e ricorrere alla media aritmetica delle lunghezze delle loro ombre. Ricorrendo alle medie delle misure rilevate, contavamo di ridurre l'entità degli eventuali errori di misura. I dati rilevati venivano infatti sostituiti con qualcosa che fosse "di più" degli errori per difetto e "di meno" degli errori per eccesso, guadagnando così in precisione. (In realtà sulla "precisione" non potevamo avere molte pretese; contavamo invece, con il calcolo delle medie, di coinvolgere anche l'aritmetica nella pratica dell'esperienza.)

Naturalmente il numero dei giorni in cui eseguire le misure doveva essere sufficiente elevato per migliorare la probabilità di misure eseguite in uno stesso giorno dalle due scuole.

Noi, avendo già fatto parte del lavoro, avevamo un certo vantaggio rispetto all'altra scuola.

C'è però da sottolineare un aspetto importante del modo in cui si svilupparono i lavori. Non fu la geometria la protagonista dell'esperienza, ma lo

furono altre componenti: la corrispondenza epistolare tra i due gruppi di allievi, la scrittura delle lettere (che dai nostri ragazzi era condotta collettivamente e con la guida delle insegnanti di lettere), l'eccitazione (sempre per i nostri) indotta da un lavoro organizzato sulla corrispondenza con una scuola così lontana e in un paese meta di emigrazioni. Di volta in volta trapelavano anche forme di valutazione, e conseguenti discussioni, per la calligrafia (che doveva essere bella e chiara) di chi era scelto per scrivere la lettera (ho riportato qualcuna di quelle lettere in appendice). C'erano inoltre altre forme di motivazione a stimolare i ragazzi nella conduzione dell'esperienza: non più le occasioni di evasione dall'attività in certe forme di gioco, ma quello della raccolta di dati destinati a diventare oggetto di comunicazione con altri gruppi di ragazzi, e i contenuti di geometria, quelli di aritmetica e quelli di altri ambiti disciplinari venivano appresi come "prodotti di ricaduta" da quella che si era ormai configurata come la motivazione primaria: la comunicazione.

Le corrispondenze tra i due gruppi, assieme ai dati tecnici dei rilevamenti, contenevano anche riferimenti a fatti quotidiani e ad altro. In una occasione, i miei ragazzi, ironizzando sul mio conto, scrissero che mi comportavo "come un negriero". Una delle allieve di Locarno rispose con una lettera "molto saggia" in cui commentava la delicatezza del comportamento del loro insegnante di matematica nei loro riguardi. A questa lettera fece eco un'altra scritta dagli altri allievi della stessa classe, piena di festosa ironia sui loro rapporti con gli insegnanti.

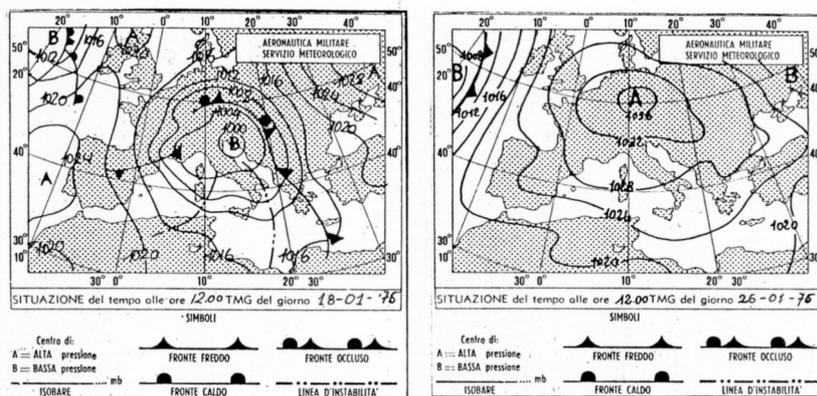


Fig. 23

Sono cartine di quei giorni!

Nei giorni di tempo sereno e di cielo limpido ci si chiedeva se gli allievi

di Locarno stessero facendo anch'essi i loro rilievi, e allora si faceva ricorso alle cartine meteorologiche (figura 23), per sapere qualcosa sulle condizioni del tempo a Locarno e fare previsioni. Si apprendevano così i modi di "lettura" dei segni presenti in quelle cartine: il significato delle linee di livello della pressione, le fasce di maltempo e i loro movimenti, le temperature e le escursioni termiche, i rapporti tra i valori della pressione e le condizioni dell'atmosfera: quelle del cielo limpido o quelle di tempo bello ma in cui la presenza di foschie rendevano le misure imprecise. Tutto questo portava a correlare statisticamente i parametri meteorologici con la attendibilità delle previsioni che inducevano, ma coinvolgeva anche il loro confronto con la "sapienza" popolare espressa nei proverbi, su "cosa farà domani". E allora:

*Rosso di sera buon tempo si spera,
Rosso di mattina, la pioggia sta vicina.*

Cielo a pecorelle, acqua a catinelle.

.....

Queste invitavano a valutazioni probabilistiche, aventi in gran parte valore *soggettivo*, sulla loro credibilità almeno locale.

Nel mese di febbraio avevamo ormai una buona scorta di misure fatte dalle due scuole, alcune delle quali, in totale cinque, fatte nello stesso giorno. La figura 24 riporta in un grafico le lunghezze delle ombre misurate rendendone facile il confronto e l'analisi.

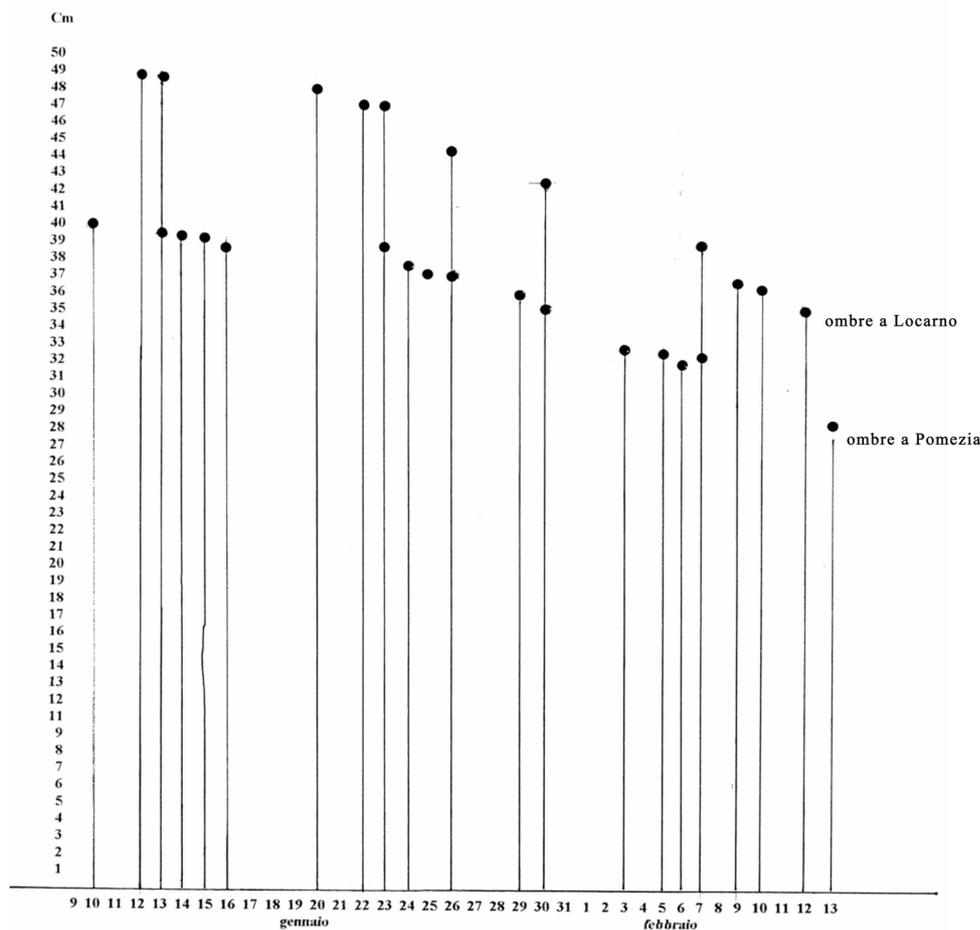


Fig. 24

Le ombre a Locarno sono più lunghe di quelle misurate a Pomezia. Ci si domandava perché

“A Locarno le ombre sono più lunghe perché in Svizzera fa più freddo”, suggerì Riccardo. E aggiunse, riferendosi ancora al freddo: “Lo dice anche mio zio, che in Svizzera c’è stato”.

“Già, è come da noi in inverno”, commentò Germana, fa più freddo e le ombre sono più lunghe”.

“No - osservò Cesare (Ena Cesare, il più vivace) - è come se i pavimenti, il nostro e quello di Locarno, sono inclinati diversamente”. E voleva intendere rispetto ai raggi del sole.

E Cianci (Cianci Salvatore, il più riflessivo) aggiunse: “Dipende dalla forma della Terra”.

Ci sono sempre più risposte alle domande, e in alcune può esserci almeno un pizzico di ragionevolezza che è difficile accantonare: il freddo, l’inverno, l’estate e la lunghezza delle ombre! In ogni caso l’ipotesi geometrica e geografica, grazie anche a quanto già si conosceva su Eratostene, aveva preso a farsi strada: occorreva soltanto presentarla in modo convincente.

Provammo a farlo con la figura 25, che richiamò l’esperienza di Eratostene e le sue conclusioni.

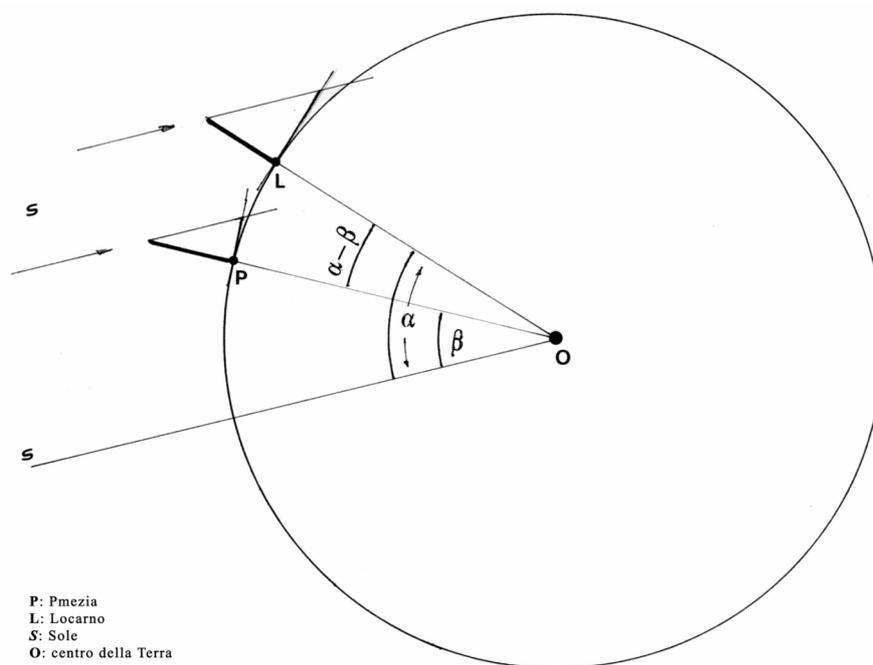


Fig. 25

Come nella figura 19 anche in quest'altra figura la diversità delle lunghezze delle ombre si presentava riferibile al diverso angolo sotto cui quelle ombre venivano proiettate nelle due città. Vedevamo anche ripresentarsi nella nostra figura la conclusione tratta da Eratostene nella sua esperienza: la differenza tra quei due angoli è uguale all'angolo da cui il centro della terra guarda le due città; cioè la differenza di latitudine tra le due città.

Occorreva però calcolare quell'angolo.

Allora ridisegnammo i triangoli delle aste, delle rispettive ombre e dei ri-

spettivi raggi del sole (quelli di Pomezia e quelli di Locarno), riferiti ai sei giorni di misure comuni. La figura 26, riporta i due triangoli (quello di Pomezia e quello di Locarno) riferiti ad uno soltanto di quei cinque giorni (Il 31/01/76).

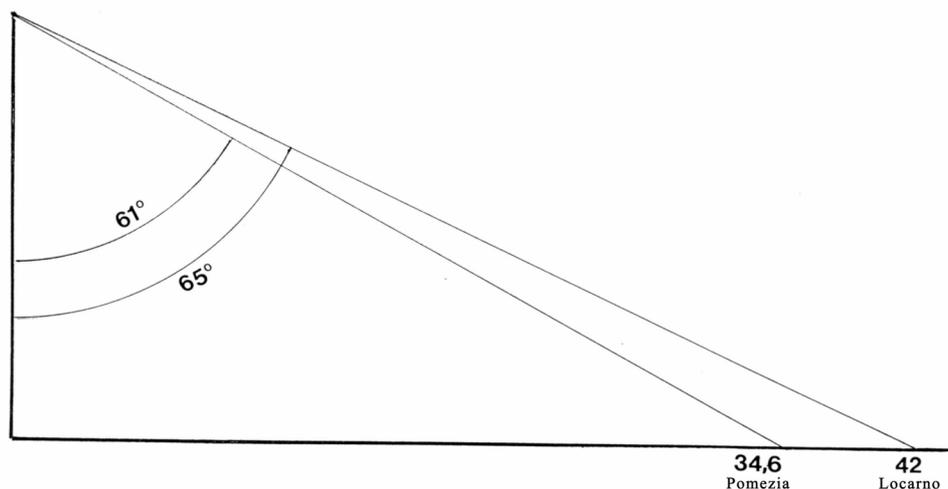


Fig. 26.

Le lunghezze scelte per le ombre sono le lunghezze medie delle quattro ombre rilevate da ciascuna scuola in quello stesso giorno. Sulle cinque coppie di triangoli misurammo gli angoli sotto cui il sole proiettava le ombre. Di seguito, figura 27 e figura 28, sono riportati, nelle rispettive tabelle e rappresentazioni grafiche, le differenze tra le lunghezze medie delle ombre e le misure degli angoli. Le misure sono espresse in centimetri.

Lunghezze delle ombre misurate in centimetri (Valori medi su quattro aste per ciascuna misura)			
Data	POMEZIA	LOCARNO	Differenza
13/01/76	39,7	48,8	9,1
23/01/76	38,5	47,0	8,5
26/01/76	36,5	44,4	7,9
30/01/76	34,6	42,0	7,4
07/02/76	31,7	38,4	6,7

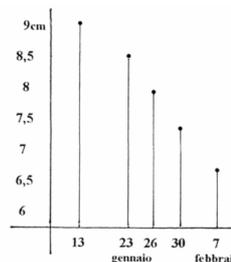


Fig. 27

Ampiezza degli angoli misurate in gradi (Valori medi su quattro aste per ciascuna misura)			
Data	POMEZIA	LOCARNO	Differenza
13/01/76	63,5	68	5,5
23/01/76	62,0	67	5,0
26/01/76	63,5	68	4,5
30/01/76	61,0	65	4,0
07/02/76	53,0	58	5,0

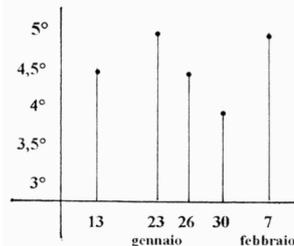


Fig. 28

Si nota che le differenze delle lunghezze delle ombre variano da un giorno all'altro, decrescendo, diversamente, le differenze degli angoli sembrano variare mediamente attorno ad un valore che può essere pensato conservarsi costante, e perciò indipendente dalla data perché dotato di significato geografico (e non da calendario).

Per questo angolo calcolammo circa 4° e mezzo ($4^\circ 36'$). In questo valore riconoscemmo la cercata differenza di latitudine tra le due città.

Il lavoro era ultimato e si poteva dare spazio al gioco: e fu un gioco telefonico (già preparato da tempo). In una mattinata che le cartine meteorologiche davano per serena in tutta l'Europa, i ragazzi di Pomezia telefonarono ai ragazzi di Locarno nel momento in cui il sole passava sul loro meridiano; i ragazzi di Locarno risposero quando il sole passava sul meridiano di Locarno.

Due brevi squilli (separati - mi pare di ricordare - da meno di un "lunghissimo quarto d'ora") per appena due brevi saluti, in gran parte affidati al Sole.

L'esposizione dei lavori

Con i lavori dei ragazzi (con i cartelloni del meridiano, quelli sulla emigrazione, gli altri sulla geometria della foglia, quelli sulla planimetria del parco e l'ecologia degli stagni) organizzammo una esposizione sul modello di quanto aveva insegnato a fare Emma Castelnuovo. All'allestimento collaborarono due studentesse, Cinzia Persico e Aurora De Lucia, del corso di Matematiche Complementari del professore Lucio Lombardo Radice. Queste studentesse svolgevano nelle nostre classi un periodo di tirocinio e lavoravano attorno alle ricerche oggetto delle loro tesi di laurea aventi indirizzo

didattico. Tra gli invitati all'esposizione (o meglio tra gli informati dell'esposizione), furono, naturalmente, il prof. Lucio Lombardo Radice e il suo corso di Matematiche Complementari, Emma Castelnuovo, Liliana Ragusa Gilli, Lina Mancini Proia: tutti quelli che del gruppo di cui facevo parte erano maestri e guida. Nel giorno fissato aspettavamo il loro arrivo raccolti sul terrazzo dell'Istituto. Accanto a me c'era il "Cancelliere": lo chiamavamo così, Mario, il più piccolo dei ragazzi (piccolo anche di statura), tra i più condizionati dalle difficoltà di apprendimento. Era stato molto attivo nel "ripulire" i cartelloni dell'esposizione dalla preliminare bozza a matita. E da qui il soprannome.

Si parlava poco, sul terrazzo. C'era nei ragazzi una certa diffidenza su quanto avevamo detto che ci sarebbe stato per la loro esposizione: *Perché dovrebbe venire gente per i nostri lavori?*

Poi dal viale di accesso al parco (tre chilometri a sud di Pomezia) giunse un corteo di macchine: erano veramente tante! Si raccolsero nel piazzale antistante l'Istituto. Da una delle macchine scese Lucio Lombardo Radice. Mi voltai verso il "Cancelliere" per dirgli, *Vedi quanta gente?* Ma non era più sul terrazzo. Lo vidi uscire sul piazzale, avvicinare Lombardo Radice (chissà perché scelse proprio lui), dirgli qualcosa e poi prenderlo per mano. Vidi Lucio lasciarsi guidare verso l'ingresso dell'Istituto.

Poi Lucio mi raccontò: Lo aveva avvicinato e gli aveva chiesto: "Sei un amico di Nino?" (il nome con cui mi chiamavano), e, alla risposta affermativa, il "cancelliere" aveva replicato: "Vieni, ti guido io." Ed ebbe inizio la visita all'esposizione.