

CASTELNUOVO E. (1982b). Introduction le lois mathématique à partir d'un matériel donné par la nature: la croissance d'une plante, *Actes CIEAEM* 34, 134-138

134

INTRODUCTION DE LOIS MATHÉMATIQUES
À PARTIR D'UN MATÉRIEL "NATUREL"

Emma CASTELNUOVO

ABSTRACT :

The aim of this paper is to stress out the educational role of the interaction between mathematics and experimental sciences. Italian secondary schools attach a particular relevance to these links, especially in the first cycle (students 11-14 years old). In this study, concerning the interaction between mathematics and botany, we work with a 'material' like plants, leaves, fertilizers, ... The growth of plants leads to several concepts and laws : from ratios and percentages to statistics, to proportionality, and finally, to some mathematical ideas on optimization of fertilizers via barycentric method. This way, all students have been greatly motivated toward both experimental and abstract researches.

Mon exposé concerne différentes problématiques motivées par le même matériel, un matériel "naturel" : des plantes. Il s'agit donc d'une interaction mathématique-botanique. L'étude a été développée en classe : 1er cycle secondaire, élèves âgés de 11 à 14 ans. Ce type d'enseignement est encouragé officiellement par les nouveaux programmes italiens : on veut que l'enseignement des mathématiques ne soit pas isolé des autres disciplines pour donner à l'élève une large base culturelle et une conscience sociale.

Je donnerai des exemples en forme de "flash".

1 - La germination

On construit une boîte à compartiments ; dans chaque compartiment on sème une graine par exemple de haricot. On observe jour après jour la germination de ces semences : il y en a qui germent le 1er jour ou le 2è, ou... Cette observation porte à des exercices sur fractions, pourcentages, graphiques, statistiques,...

De cette première expérience, on est conduit à prolonger l'étude en passant de la semence à la plante. Bien des questions se posent : de

quelle façon se vérifie la croissance ? A quoi tient-elle ? Comment peut-on l'influencer ? De quelle manière les feuilles augmentent-elles ? Nous allons dire comment on a travaillé en classe.

2 - Croissance et engrais

On a planté trois plantes de haricot nées le même jour dans trois vases contenant la même quantité et qualité de terre. On discute sur les différents facteurs qui ont une influence sur la croissance : terre, lumière, eau, ..., engrais. Pour une analyse, il faut faire varier un seul élément, en gardant les autres identiques. Nous, on a fait varier la quantité du même engrais : dose exacte (a), dose double (b), non-administration (c). Dans la figure 1, sont reproduits les graphiques que les élèves ont construits en mesurant, jour après jour, la hauteur de la plante. Il s'agit de trois courbes exponentielles "logistiques", c'est-

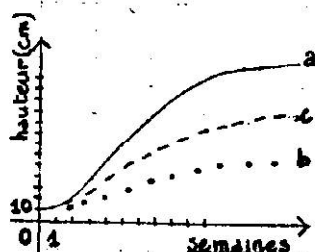


Figure 1.

-à-dire qui sont assujetties à une action freinante : c'est la courbe en "S", comme disent les biologistes. Les élèves étant encore très jeunes, on ne peut pas, à propos de cette expérience, aller plus loin en mathématiques.

3 - Croissance d'une feuille

On a cueilli quelques feuilles de la même branche d'un rosier.

Il y en a de plus petites et de plus grandes, c'est-à-dire de plus ou moins jeunes. On a mesuré, pour chaque feuille, longueur et largeur maximale. On a obtenu la table ci-dessous :

Largeur maximale x	Longueur y
2,1	2,8
2,6	3,5
3,2	4,2
3,6	4,9
4,2	5,5

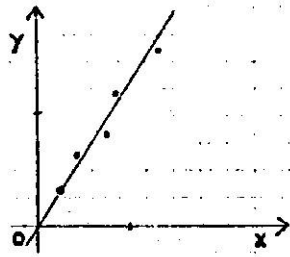


Figure 2.

On examine cette table. Il n'est pas facile pour les élèves de remarquer quelque relation intéressante entre x et y . Alors, on procède selon les méthodes de laboratoire : on reproduit ces mesures sur le plan cartésien. On obtient (figure 2) un nuage de points qui se disposent près d'une droite passant par l'origine. La signification est claire : x et y sont liées, approximativement, par la loi de la proportionnalité directe ; cela signifie que la feuille grandit en gardant la même forme, ce qui revient à dire que le nombre de cellules augmente uniformément.

A partir de ces considérations qui concernent beaucoup de feuilles, d'autres questions viennent à l'esprit :

a) proportionnalité et non-proportionnalité dans la nature, le second cas étant plus fréquent. On a lu en classe les pages que Galilée consacre à ce sujet en discutant sur les animaux. On a montré le dessin de la figure 3, qui représente l'augmentation de la tête de l'homme à partir de la tête de l'enfant : il n'y a pas, évidemment, une augmentation par similitude ; il s'agit du produit d'une transformation affine et d'une transformation cardoïde.

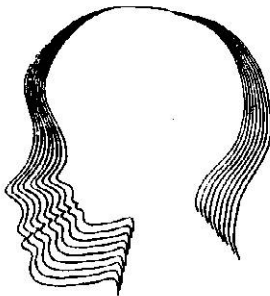


Figure 3

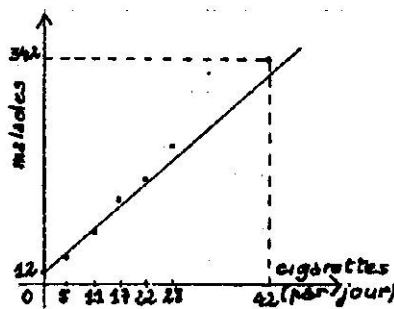


Figure 4

b) graphiques du même genre mais ... différents. On a trouvé dans une récente revue de médecine, sous le titre "Cancer au poumon et cigarettes", le graphique de la figure 4. Il est évident qu'il n'y a pas une proportionnalité entre le nombre de malades et le nombre de cigarettes par jour, car la droite ne passe pas par l'origine : il y a 12 personnes sur 100.000 par an qui tombent malades sans fumer.

Les graphiques offrent un autre genre de matériel "naturel" ; celui dont on a parlé donne aussi une éducation sociale !

Mais, revenons aux plantes.

4 - Comment l'eau peut-elle arriver jusqu'à la feuille ?

"J'ai vu - avait dit un élève - une goutte d'eau sur la pointe d'une feuille...". Pour expliquer ce phénomène, nous avons fait une expérimentation utilisant un matériel très simple : deux vitres collées le long d'un côté et laissées légèrement écartées du côté opposé. Lorsqu'on plonge cet objet dans une cuvette d'eau, on voit que l'eau monte et se dispose selon une courbe qui "ressemble" à une branche d'hyperbole. On dirait que ces deux vitres ont la même fonction d'une série de tubes capillaires dont le diamètre devient au fur et à mesure plus grand (1). On découvre ainsi la loi de Jurin et Borelli (1600) : diamètre du tube et niveau de l'eau sont liés par une proportionnalité inverse.

5 - La composition des engrais

On revient au problème qu'on avait examiné tout d'abord : celui des engrais. On avait fait varier la quantité du même engrais, et étudié l'influence sur des plantes qui se trouvaient dans les mêmes conditions. Maintenant, on veut considérer la qualité des engrais.

(1) La première expérimentation avec les deux vitres remonte à Brook Taylor et Francis Hauksbee (Philosophical Transactions, 1712). Des travaux récents ont montré toute la richesse de cette étude : il y a en effet un comportement différent entre tubes capillaires à sections circulaire ou à section triangulaire. Voir : "On the behavior of a capillary surface in a wedge", by P. Concus and R. Finn (Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 3, 1969) ; et "A Variational approach to the study of capillary phenomena", by M. Emmer, E. Gonzalez, T. Tamanini (Proceedings of the 2nd International Colloquium on "Drops and Bubbles", Monterey, 1981).

Les composants fondamentaux d'un engrais, azote, potassium, phosphore, sont reliés entre eux par des inéquations qui changent selon la culture. Or, chaque culture, par exemple le froment, absorbe des quantités différentes des trois composants. Le problème est donc le suivant : comment rendre maximale l'absorption totale ? Quelle est la composition de l'engrais plus favorable ? Il s'agit d'un problème de programmation linéaire, qu'on peut traiter sur le triangle barycentrique, en faisant correspondre à chaque sommet un des trois éléments. Alors, à tout point du triangle correspond une quantité d'azote (soit m_1), de potassium (soit m_2), de phosphore (soit m_3). Les inéquations qui relient ces quantités donnent lieu à une "zone favorable".

En connaissant quels sont les pourcentages d'azote, de potassium, de phosphore absorbés par le froment, on peut écrire la fonction "absorption totale" ; il s'agit d'une droite. On est alors à même de découvrir où cette droite réalise le maximum relativement à la "zone favorable" : à ce point correspondent trois coordonnées, et, donc, la meilleure composition m_1, m_2, m_3 des trois éléments.

De ces exemples, de cette activité mathématique si passionnante, exercée par tous les élèves, on arrive à une conclusion didactique : en suscitant chez l'élève le goût d'observer, d'expérimenter, d'opérer par le moyen d'un matériel très simple et naturel, on lui donne une culture non pas seulement pour aujourd'hui mais aussi pour demain : il ne pourra jamais oublier les recherches expérimentales, la méthode de travail, les découvertes mathématiques. Et on ne doit pas penser que, de cette façon, on baisse le niveau de l'enseignement des mathématiques ; on peut arriver à un très haut niveau soit du point de vue des applications soit d'un point de vue théorique. Mais il est clair qu'un tel enseignement impose à nous, maîtres du secondaire, des études et des recherches : on doit, d'une part se renseigner sur les travaux scientifiques concernant le sujet, et, d'autre part se faire une large vision historique des différents arguments. C'est ainsi qu'on construit la recherche didactique.