

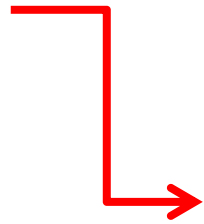
La teoria della Relatività Generale

(Breve introduzione alla RG)

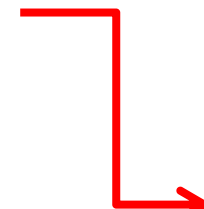
Donato Bini

IAC - Istituto per le Applicazioni del Calcolo «M. Picone», CNR,
ICRA- INFN,
Rome

Teorie Matematiche e Teorie Fisiche



«Eterne»



Un pò
frustrante...

Valide solo «oggi»!

«perfetto riscontro» di Galilei

Le teorie fisiche «attuali» definiscono «il modello standard», con il quale spieghiamo tutta la fisica fondamentale ad oggi. Ovvero, rispondiamo alle questioni che hanno condizionato il pensiero umano da sempre:

Come è fatto l'Universo?

Quali sono i «mattoni fondamentali» cioè i componenti ultimi della materia?

Cosa li lega?

Come «si» evolve l'Universo? [da dove viene e dove va...], etc.

Problemi aperti nella Fisica (fondamentale) di oggi

- Unificazione delle interazioni fondamentali
- Accelerazione dell'Universo, DE, DM
- Variazione delle costanti fisiche fondamentali
- ...

Problemi aperti nella Fisica delle alte energie

Oltre il modello standard...

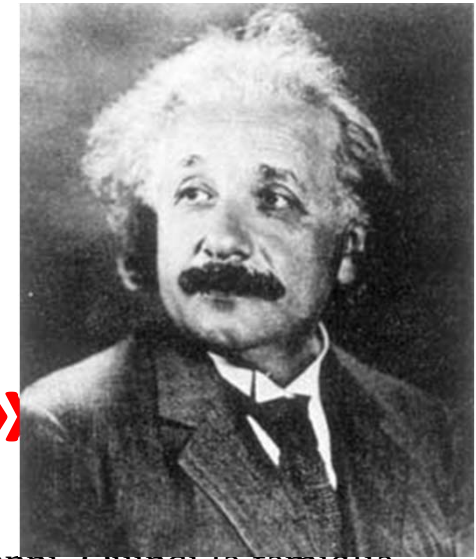
Problemi aperti nella Fisica della gravitazione

GW...

RELATIVITÀ GENERALE

Ahime' ...i nostri mali....con cui conviviamo

Tutto è iniziato 100 anni fa...da una «beautiful mind» «Uncle 'bert»



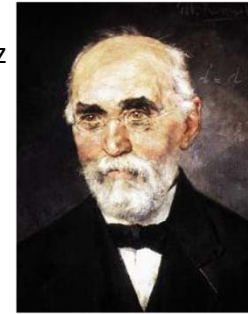
Nasce il 14 Marzo **1879** a Ulm, Württemberg, Germania.

Figlio di un piccolo industriale, segue studi regolari in Germania fino a circa 15 anni. Quindi la famiglia si trasferisce in Italia ed il giovane Einstein viene mandato in Svizzera. Si diploma nel **1900**, e diviene cittadino svizzero. Lavora all'ufficio federale dei brevetti di Berna. Si sposa nel **1902** con Mileva Maritsch, dalla quale ha due figli. Nel **1905**, pubblica alcuni lavori fondamentali sulla teoria quantistica dell'effetto fotoelettrico e sulla teoria della relatività ristretta. Ottiene anche un'incarico all'Università di Zurigo. Fra il **1905** ed il **1907** pubblica anche studi sui moti browniani e sulla la teoria quantistica del calore specifico. Nel **1910** si trasferisce a Praga e nel **1912** torna sempre a Zurigo.

Si separa da Mileva nel 1914 quando si trasferisce a Berlino. A Berlino rimane circa vent'anni e sposa la cugina Elsa. Nel **1911** predice la deflessione dei raggi di luce nel passaggio vicino al Sole.

Nel **1915** interpreta correttamente alcune irregolarità nel moto di Mercurio. Nel **1916** pubblica la teoria della relatività generale. Nel **1921** vince il premio Nobel per i suoi studi sull'effetto fotoelettrico.

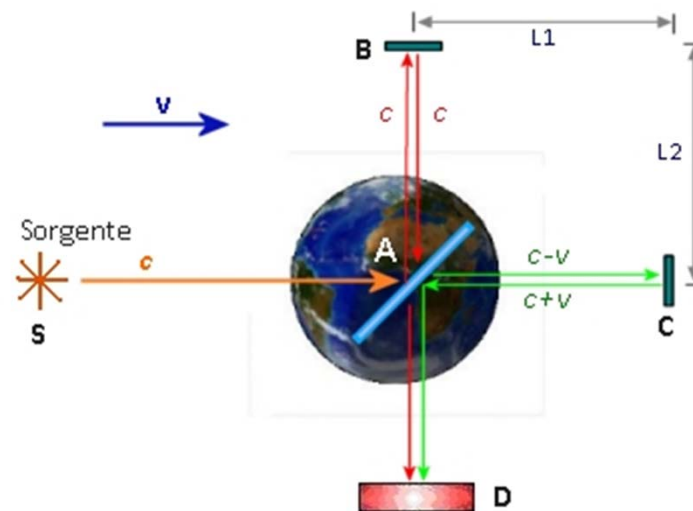
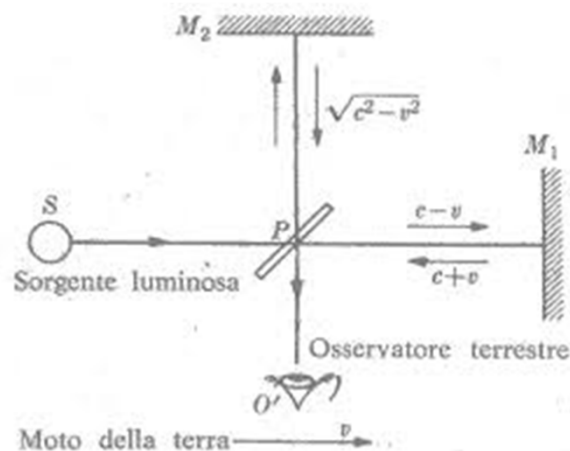
A causa delle persecuzioni razziali naziste lascia la Germania nel **1932** andando prima in Belgio e poi negli Stati Uniti. Nel **1940** assume la cittadinanza americana. Muore il 18 Aprile **1955** a Princeton, New Jersey, USA.



Come nasce la RS, 1905

La RS nasce per negare la teoria dell' etere luminifero.

Il risultato del celebre esperimento di Michelson-Morley è che l'etere non esiste (non e' stato possibile localizzarlo!)



La luce (onde em) si propaga nel vuoto con velocità c indipendentemente dalle modalità di emissione e di osservazione. Le leggi della fisica sono universali ed invarianti in forma passando da riferimento inerziale all'altro.

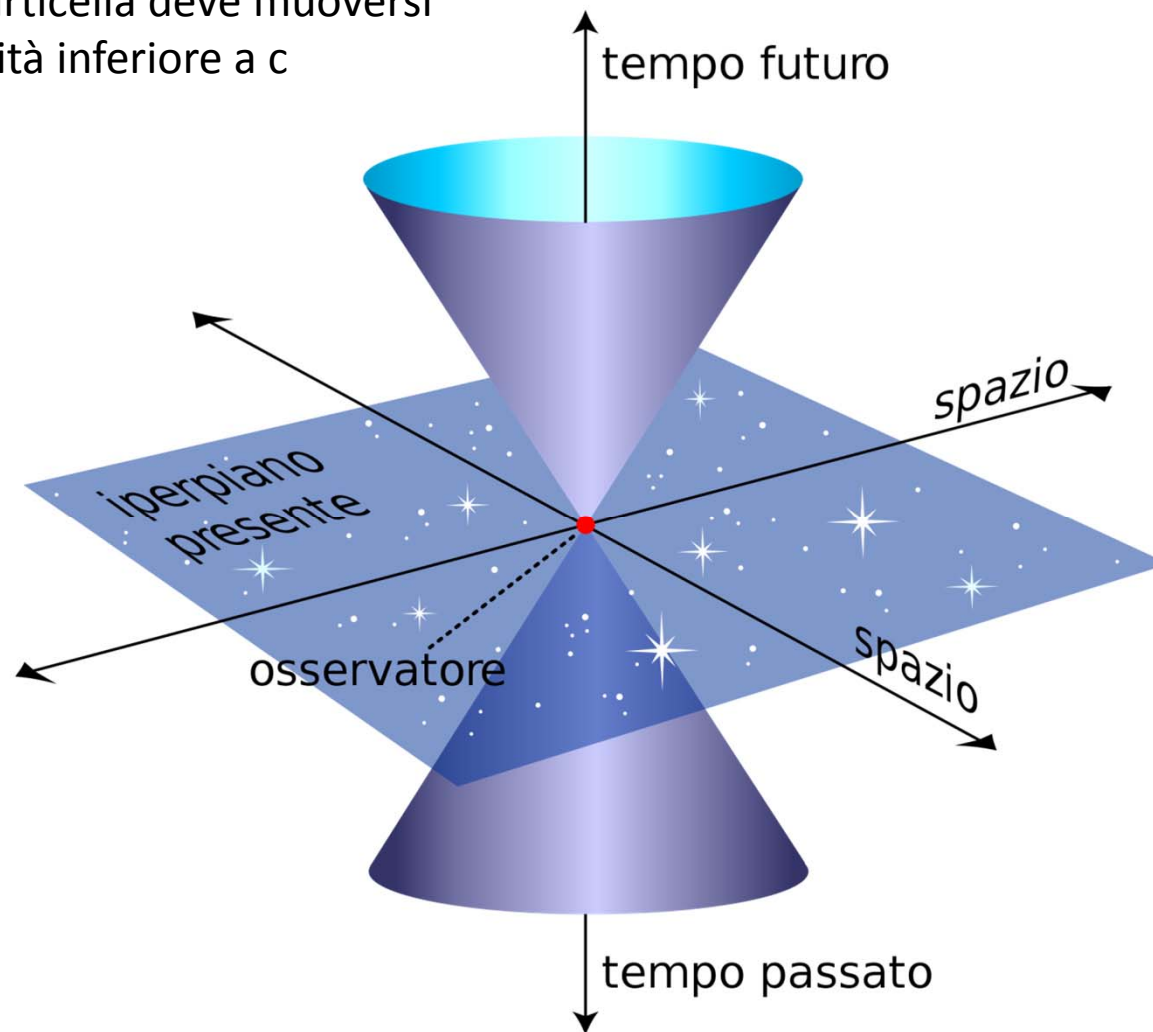
Conseguenze: Trasformazioni di Lorentz. Contrazione delle lunghezze e dilatazione dei tempi. La simultaneità o meno di due eventi è un concetto relativo (dipende dallo stato cinematico dell'osservatore). «Se c'è qualcosa di misterioso in RS sono le trasformazioni di Lorentz: accettate quelle tutto segue in modo immediato....»

Postulati della RS

- 1) Esiste uno spaziotempo assoluto 4d (inteso come spazio degli eventi)
- 2) Esistono i Riferimenti Inerziali, RI (per ogni fissato RI c'è un tempo globale ed uno spazio fisico 3d in cui vale la geometria euclidea)
- 3) Le leggi della Fisica sono formalmente invarianti passando da un RI ad un altro (PRE)
- 4) La velocità della luce nel vuoto c non dipende dalle modalità di emissione
- 5) Una particella materiale deve muoversi a velocità inferiore a c

Per lo spaziotempo si ha automaticamente una struttura metrica geometrizzando il fatto che ogni particella deve muoversi a velocità inferiore a c

Il cono di luce



In ogni punto dello spazio si può individuare un CL: all'interno le linee orarie di particelle che si muovono a velocità inferiori a quelle della luce... fotoni sul mantello... tachioni fuori!

$$L^2 = X^2 + Y^2$$

$$S^2 = -T^2 + X^2$$

Modifica al «teorema di Pitagora» nel caso di Distanze spaziotemporali

Un laboratorio mentale per la fisica della gravitazione

Gli «esperimenti concettuali» di Einstein: «se viaggiassi a cavallo di un raggio di luce»

Se viaggiassi a cavallo di un fotone (ovvero all'interno di un sistema isolato in moto con velocità c) con uno specchio in mano, non riuscirei a vedere la mia immagine riflessa, perché un raggio luminoso che parte dal mio volto non sarebbe in grado di raggiungere lo specchio che si muove con la stessa velocità (quella della luce).

In tal caso però sarei in grado di affermare che il mio sistema è in moto, con una velocità uguale (o superiore) a quella della luce, e ciò contraddice il principio di relatività per cui all'interno di un sistema isolato non si è in grado di stabilirne il moto o la quiete.

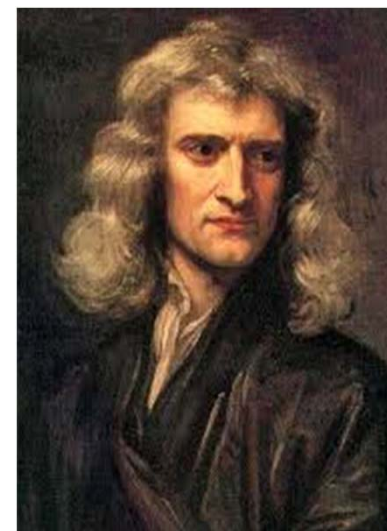
Gedanken-experiment

La teoria della gravitazione ha inizio con...

Ser Isacco tranquillo passeggiava,
cosí intento ed assorto nel pensare,
che un villan, che in un orto lavorava,
riuscí a fermarlo e a farlo chiacchierare.

E a Newton, serio, il contadin chiedeva
“Ho udito dir di te, oggi, in città
che, guardando una mela che cadeva,
hai scoperto una grossa novità”.

“Stai bene attento” Newton prese a dire
“la stessa forza che nel ciel stellato,
tiene la nostra, dolce, amica Luna
e che decresce con r al quadrato
pur sulla mela agisce. E' una fortuna”.



Come nasce la RG, 1915

Einstein vuole correggere alcuni aspetti *poco soddisfacenti* della teoria Newtoniana della gravitazione:

- 1) Eliminazione delle azioni gravitazionali immediate e a distanza (velocità finita per l'azione gravitazionale, c)
- 2) Abolizione di riferimenti privilegiati (principio generale di relatività)
- 3) Unificazione di campi gravitazionali veri ed apparenti (principio di equivalenza)

Nessun dato sperimentale nuovo da interpretare...

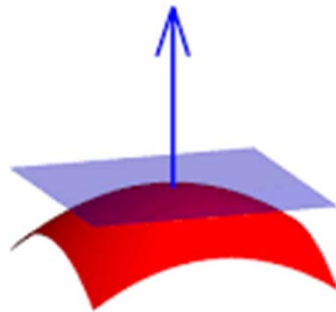
L'Universo (lo spaziotempo) secondo Einstein

RS

Lo spaziotempo è (p)Euclideo, ovvero una varietà differenziabile 4d, dotata di metrica (Euclidea in senso lato), piatta. Lo spazio tangente locale e la metrica in questo caso sono di tipo statico.

RG

Lo spaziotempo è una varietà differenziabile 4d, dotata di metrica (non-Euclidea), curva. Lo spazio tangente locale e la metrica in questo caso sono di tipo dinamico, in evoluzione con la materia presente.



L'azione gravitazionale...

In sostanza, ora è la curvatura dello spaziotempo che dà luogo agli stessi «effetti deviatori sul moto» che nella situazione classica sono attribuiti alla forza gravitazionale...

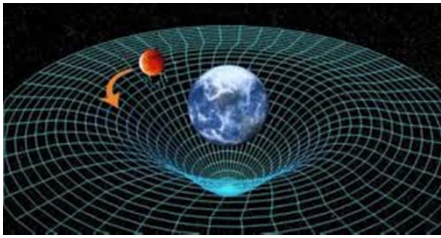
Tuttavia occorre chiarire come

- 1) La materia dell'Universo incurva lo spaziotempo (fenomeno fisico primario)
- 2) L'azione gravitazionale di uno spaziotempo incurvato si manifesta sui «sistemi di prova» (fenomeno fisico secondario)

Forza

Classicamente: una distribuzione di materia genera un potenziale gravitazionale nei vari punti dello spazio.

RG: genera 10 potenziali gravitazionali nei vari punti dello spazio



Equazioni di Einstein

Materia-Energia

Alla distribuzione di materia che genera (curva) lo spaziotempo è associato un tensore energia-momento $T_{\mu\nu}$ (come per ogni sistema materiale), il quale determina la curvatura geometrica della varietà spaziotemporale:

$$\nabla^2 U = -4\pi G \rho$$

marmo

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

NONLINEAR

Energia-momento

legno

Qualitativamente «inverso del quadrato del raggio di curvatura dello spaziotempo». In realtà: 10 PDE (accoppiate) per i 10 potenziali gravitazionali della descrizione Einsteiniana, ovvero per i coefficienti della metrica della varietà

Vari tensori energia-impulso

$$T_{\alpha\beta} = 0, \text{ empty space-time}$$

$$T_{\alpha\beta} = \phi_{;\alpha}\phi_{;\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}[\phi_{;\mu}\phi^{;\mu} + m^2\phi^2], \text{ massive } (m) \text{ scalar field.}$$

$$T_{\alpha\beta} = (\mu + p)u_{\alpha}u_{\beta} + pg_{\alpha\beta}.$$

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}[F_{\alpha\mu}F_{\beta}^{\mu} - \frac{1}{4}g_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}]$$

Campi di vario spin etc.

Abbiamo visto brevemente il nuovo ambiente gravitazionale...

Vediamo ora come in questo nuovo ambiente si formulano le leggi fisiche...

Tensori ed equazioni tensoriali

→ Qualunque legge fisica assoluta (i.e., della RS) formulata in termini locali (algebrici o differenziali) deve avere carattere tensoriale (per non dipendere dalla scelta del riferimento in cui è formulata).

→ Un tensore in pratica è la generalizzazione di un vettore: si può esprimere per componenti in qualunque riferimento e le sue componenti si trasformano in modo opportuno purché come ente geometrico resti invariato!

→ Se una legge fisica ha carattere tensoriale in un uno spazio 4d, gli oggetti geometrici che entrano in essa non sono più quelli familiari della Fisica Classica (nel senso che sono una combinazione di questi...)

velocità → 4-velocità (redshift+ velocità 3d),

accelerazione → 4-accelerazione (derivata della velocità)

momento → 4-momento (energia + impulso 3d),

forza → 4-forza (potenza + forza meccanica), etc.

E gli strumenti di misura?

Possono essere concepiti in modo da misurare direttamente 4-oggetti?

Regola di trascrizione

Passando dalla RS alla RG la modifica di una legge fisica è semplice:

Legge algebrica → resta inalterata

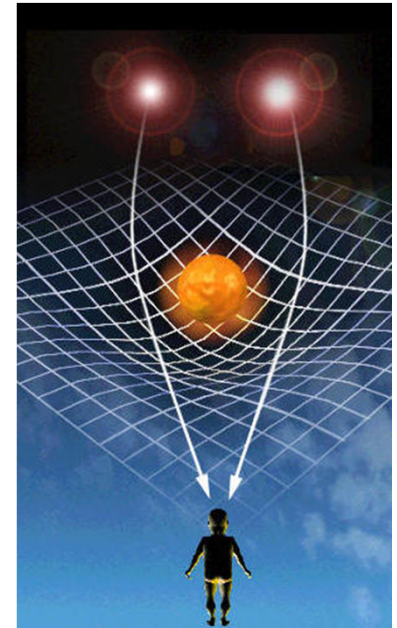
Legge differenziale (ed espressa in coordinate Cartesiane) → si sostituisce la derivata parziale con la **derivata covariante** (in pratica l'ente tensoriale che generalizza la derivata parziale su una varietà curva, con le corrette proprietà di trasformazione per cambiamenti di coordinate)

$$\partial_{\alpha} X^{\beta} \quad \rightarrow \quad \partial_{\alpha} X^{\beta} + \Gamma^{\beta}_{\mu\alpha} X^{\mu}$$

Successi della RG

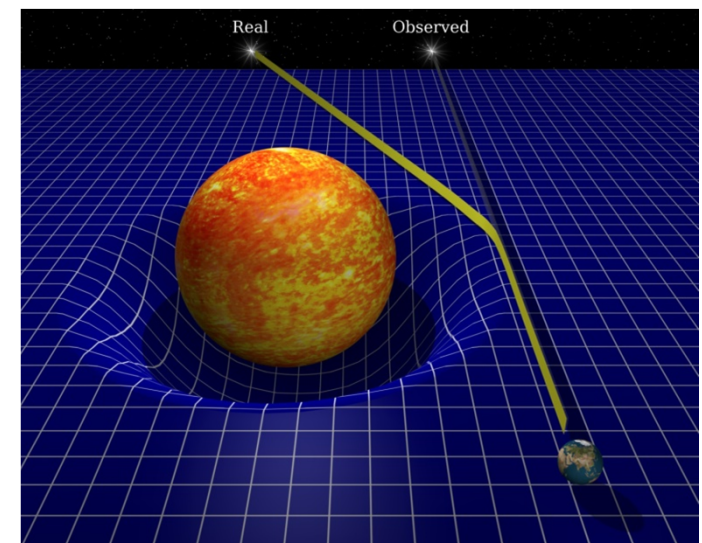
Standard:

- 1) Avanzamento del perielio di mercurio (preistoria)
- 2) Deflessione della luce (preistoria)
- 3) GW (non ancora misurate direttamente)



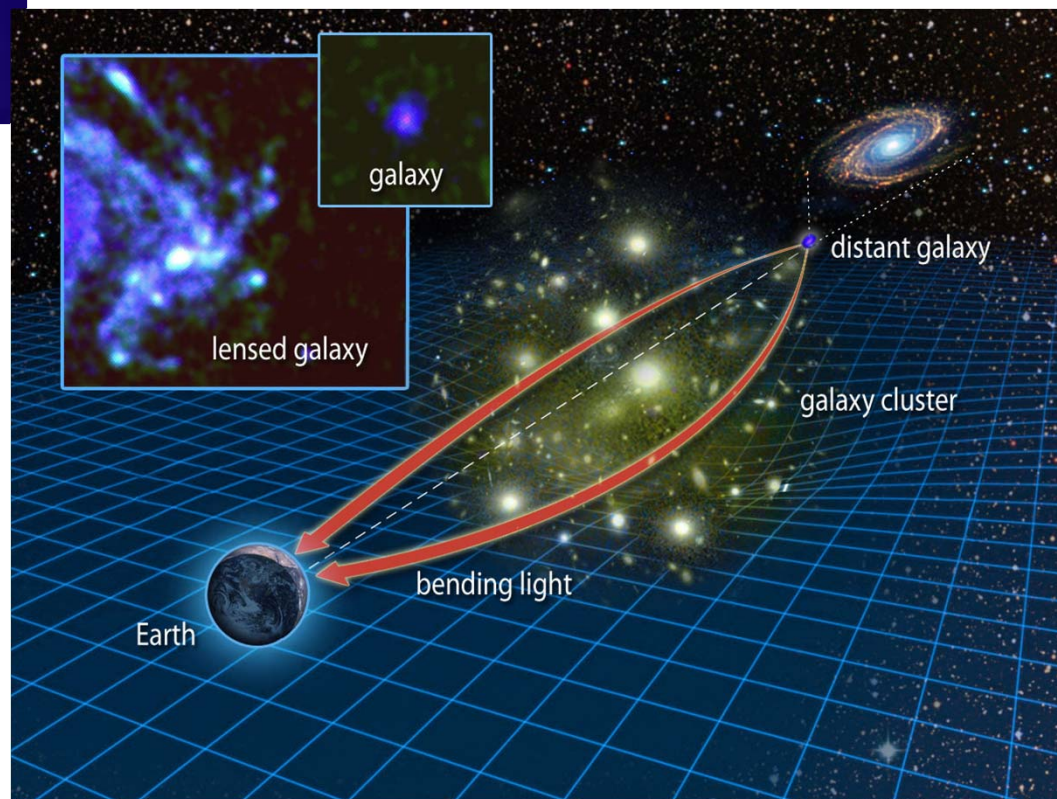
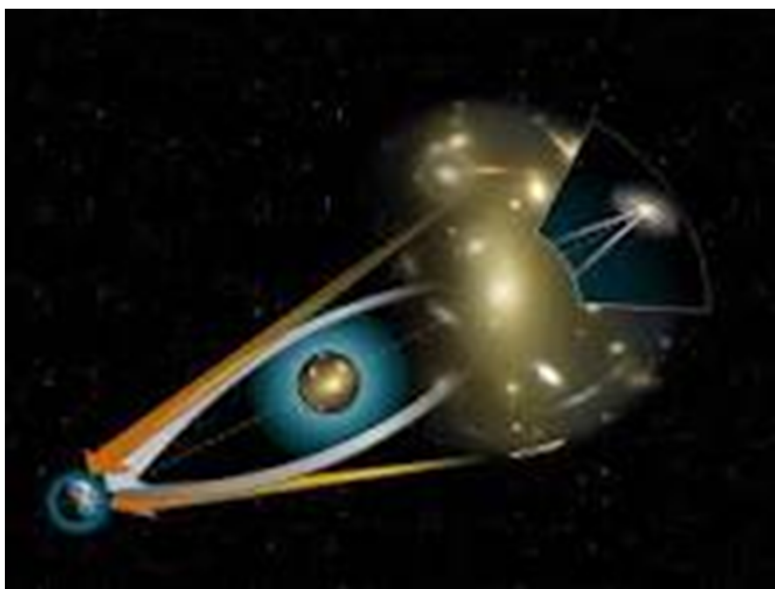
Recenti:

- 1) GP-B: precessione di giroscopi dovuta al trascinamento indotto da un campo gravitazionale generato da un corpo rotante
- 2) Evidenza indiretta delle GW
- 3) Evidenza indiretta di BH

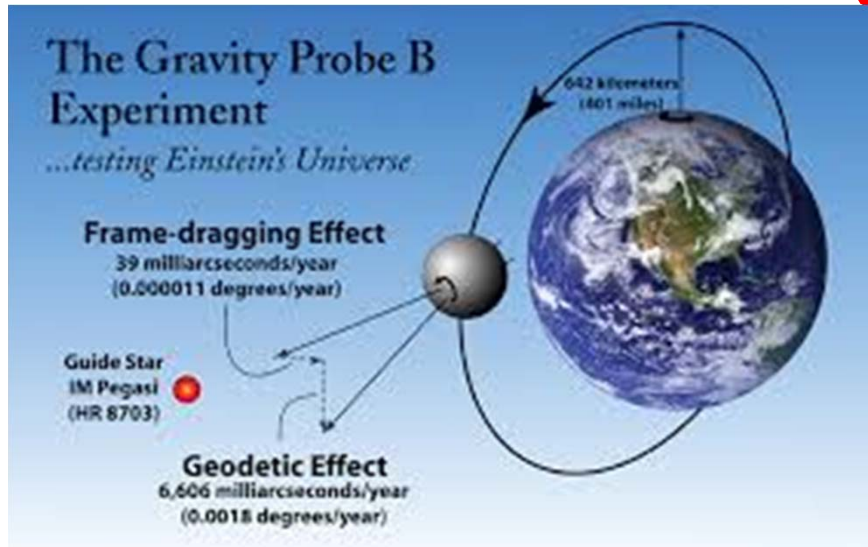




**Avanzamento del perielio di Mercurio
e lenti gravitazionali: effetti di RG osservati!**



GP-B



Gravity Probe B (GP-B) is a satellite-based mission which launched on 20 April 2004 on a Delta II rocket. The spaceflight phase lasted until 2005; its aim was to measure spacetime curvature near Earth. This provided a test of GR, gravitomagnetism and related models. The principal investigator was Francis Everitt.

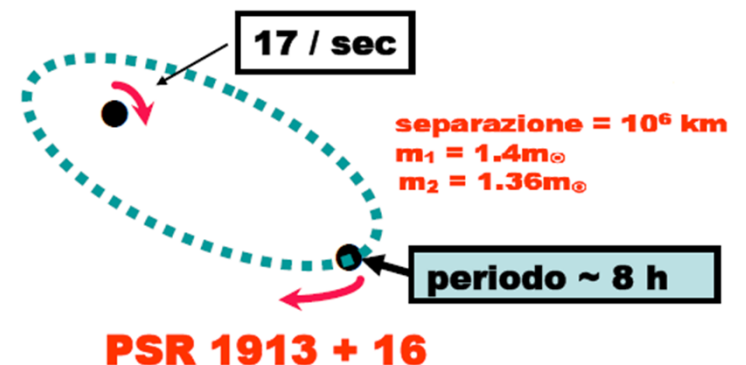
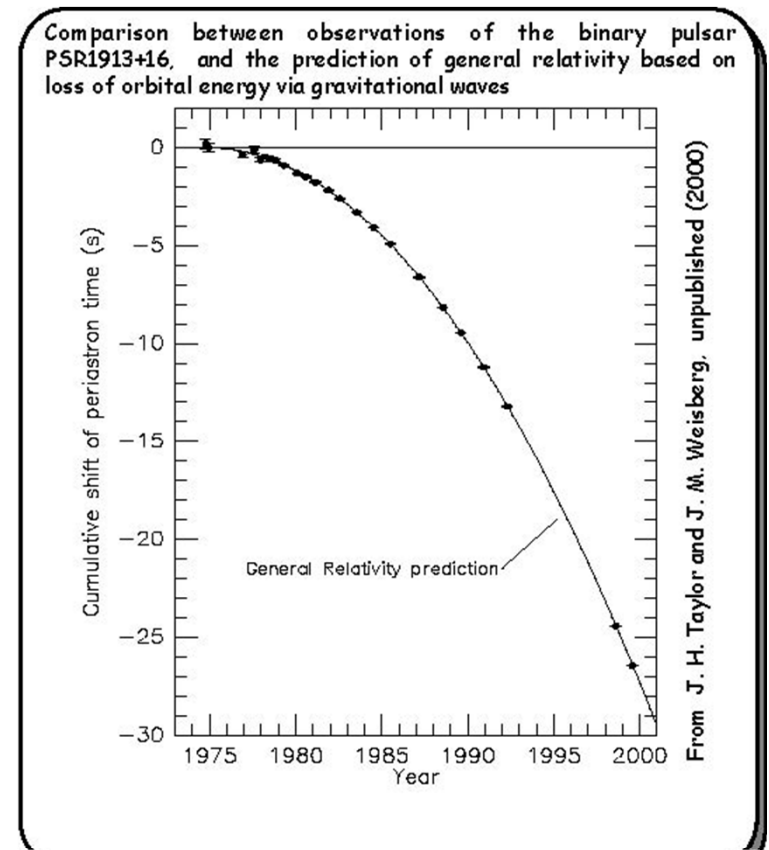
Initial results confirmed the expected geodetic effect to an accuracy of about 1%. The expected frame-dragging effect was similar in magnitude to the current noise level (the noise being dominated by initially un-modeled effects due to non-uniform coatings on the gyroscopes). Work continued to model and account for these sources of error, thus permitting extraction of the frame-dragging signal. By August 2008, the frame-dragging effect had been confirmed to within 15% of the expected result, and the December 2008 NASA report indicated that the geodetic effect was confirmed to better than 0.5%.

Evidenza indiretta delle GW: Hulse-Taylor



PSR B1913+16 (also known as PSR J1915+1606 and PSR 1913+16) is a pulsar (a radiating neutron star) which together with another neutron star is in orbit around a common center of mass, thus forming a binary star system. PSR 1913+16 was the first binary pulsar to be discovered. In 1974 it was discovered by Russell Alan Hulse and Joseph Hooton Taylor, Jr., of the University of Massachusetts Amherst.

Their discovery of the system and analysis of it earned them the **1993 Nobel Prize in Physics** "for the discovery of a new type of pulsar, a discovery that has opened up new possibilities for the study of gravitation."



BH: refresh

La deformazione dello spazio causata da un corpo di elevata densità è tale che neanche la luce può uscirne. La superficie limite è detta orizzonte degli eventi.

Da qui deriva l'aggettivo **«nero»**: un buco nero non può emettere luce.

Un corpo celeste con tale proprietà è invisibile e la sua presenza può essere rilevata solo indirettamente, tramite gli effetti della materia che precipita nel suo intenso campo gravitazionale.

Fino ad oggi, sono state raccolte numerose osservazioni astrofisiche che possono essere interpretate come indicazioni dell'effettiva esistenza di buchi neri nell'universo, come le galassie attive o le binarie X.

Il termine "buco nero" è stato inventato da John Archibald Wheeler.

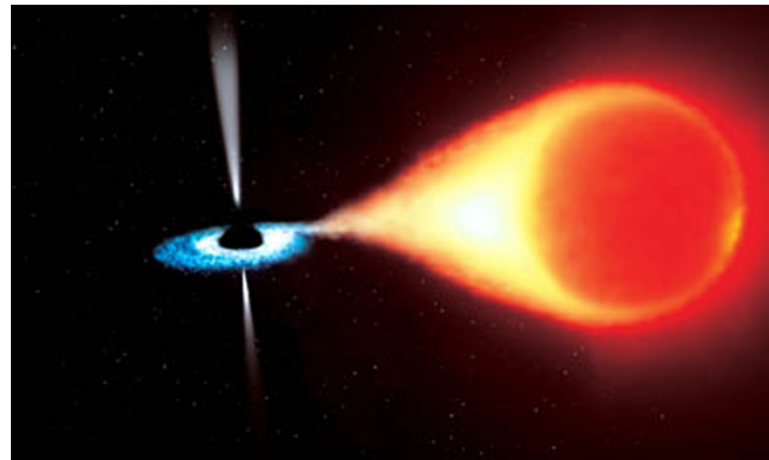
Oggetti i cui campi gravitazionali sono troppo forti per permettere alla luce di fuggire sono stati teorizzati nel XVIII secolo da John Michell e Pierre-Simon Laplace. La prima soluzione moderna della relatività generale, che avrebbe caratterizzato un buco nero, è stata trovata da K. Schwarzschild nel 1916, anche se la sua interpretazione relativa a una regione di spazio da cui nulla può sfuggire è stata pubblicata da David Finkelstein nel 1958.

BH al centro della Galassia

By imaging the Galactic Center at infrared wavelengths, **A. M. Ghez** and her colleagues have been able to produce images of the center of our galaxy. Thanks to the 10 m aperture of the W.M. Keck Telescope and the use of adaptive optics to correct for the turbulence of the atmosphere, these images of the Galactic Center are at very high spatial resolution and have made it possible to follow the orbits of stars around the black hole, which is also known as Sagittarius A*.

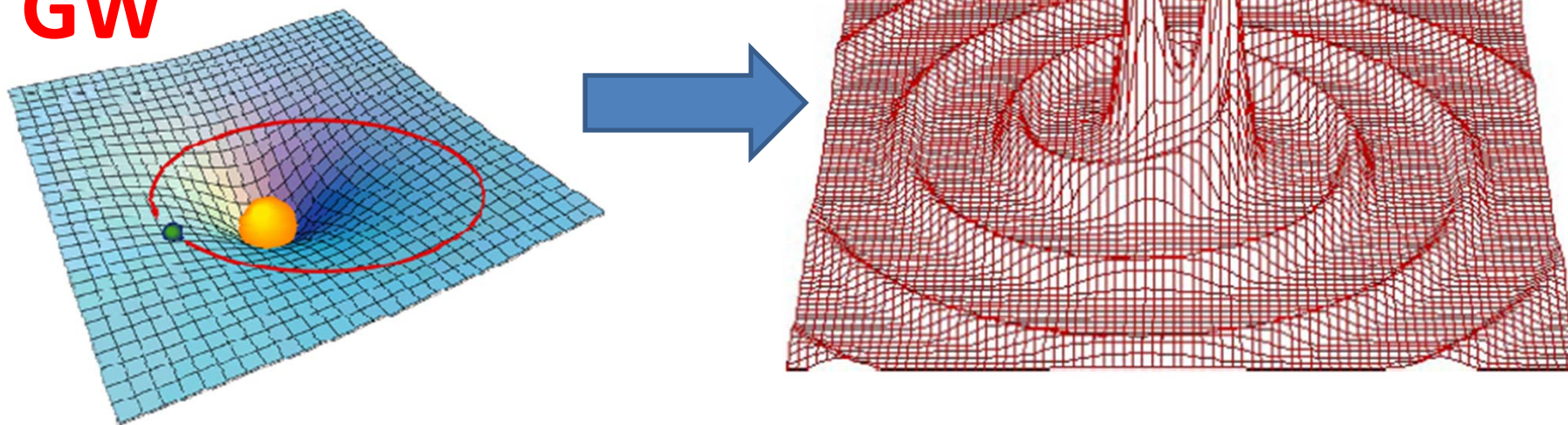


Immagine artistica di Cygnus X-1



Cygnus X-1 è una nota sorgente di raggi X osservabile nella costellazione del Cigno. Scoperta nel 1964, è una delle sorgenti di raggi X più intense rilevabili dalla Terra. La sorgente è un oggetto compatto, molto probabilmente un buco nero, la cui massa, secondo le stime più recenti, ammonterebbe a 14,8 volte quella del Sole.

GW



Quando la materia (sorgente del campo gravitazionale) si muove modifica (dinamicamente) il campo gravitazionale da lei stessa prodotto. Il «cambiamento» si propaga come delle increspature di curvatura dello spaziotempo: **le onde gravitazionali**.

La sfida di oggi: «presto» una misura diretta di un segnale di GW

Ligo: Laser Interferometer GW Observatory



Due interferometri laser collegati: uno in Louisiana e l'altro vicino Washington, separati da 3002 Km di distanza. Poiché le GW viaggiano alla velocità della luce questa distanza corrisponde a 10 millisecondi di differenza nei tempi di arrivo.

«2015 rumors»

(365 Million USD)

LIGO

LIGO Scientific Collaboration

LSC

• Australian Consortium
for Interferometric
Gravitational Astronomy

• The Univ. of Adelaide
• Andrews University
• The Australian National Univ.

• The University of Birmingham
• California Inst. of Technology

• Cardiff University
• Carleton College

• Charles Sturt Univ.
• Columbia University

• Embry Riddle Aeronautical Univ.
• Eötvös Loránd University

• University of Florida
• German/British Collaboration for
the Detection of Gravitational Waves

• University of Glasgow
• Goddard Space Flight Center

• Leibniz Universität Hannover
• Hobart & William Smith Colleges

• Inst. of Applied Physics of the
Russian Academy of Sciences

• Polish Academy of Sciences
• India Inter-University Centre
for Astronomy and Astrophysics

• Louisiana State University
• Louisiana Tech University

• Loyola University New Orleans
• University of Maryland

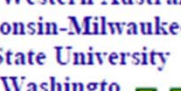
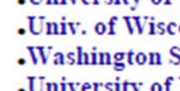
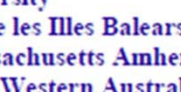
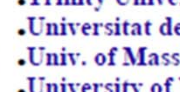
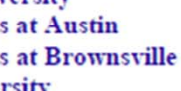
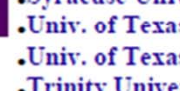
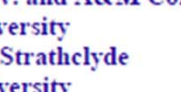
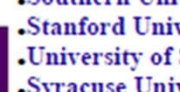
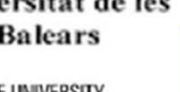
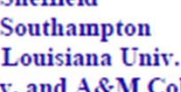
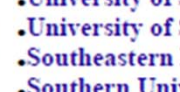
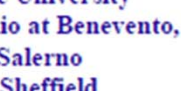
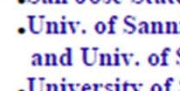
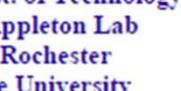
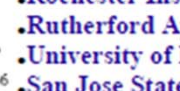
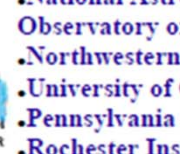
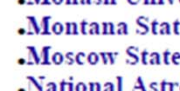
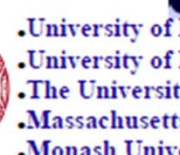
• Max Planck Institute for
Gravit.



NAOJ
Science & Technology Facilities Council
Rutherford Appleton Laboratory

LSU

Universität Hannover



Un rivelatore di GW vicino casa

Virgo

Cascina (PI)

Interferometro collocato
a Cascina vicino a Pisa
3 km di braccio

CNRS - LAPP - Annecy

INFN - Firenze/Urbino

INFN - Genova

CNRS - LMA/ESPCI - Lyon/Paris

INFN - Napoli

NIKHEF - Amsterdam

CNRS - OCA - Nice

+ EGO (European Gravitational Observatory, CNRS-INFN consortium)

~175 physicists/engineers

CNRS - LAL - Orsay

INFN - Padova/Trento

INFN - Perugia

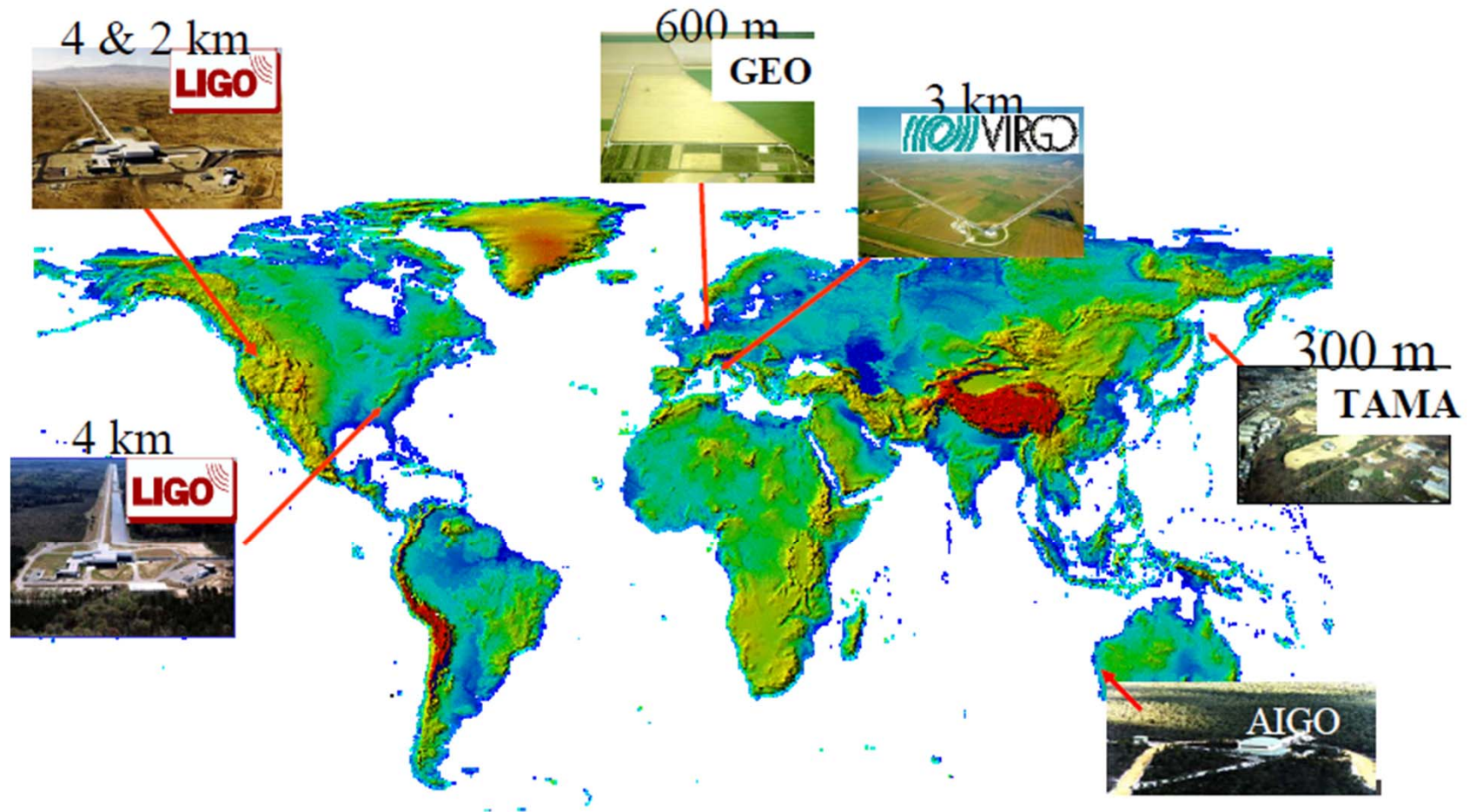
INFN - Pisa

INFN - Roma La Sapienza

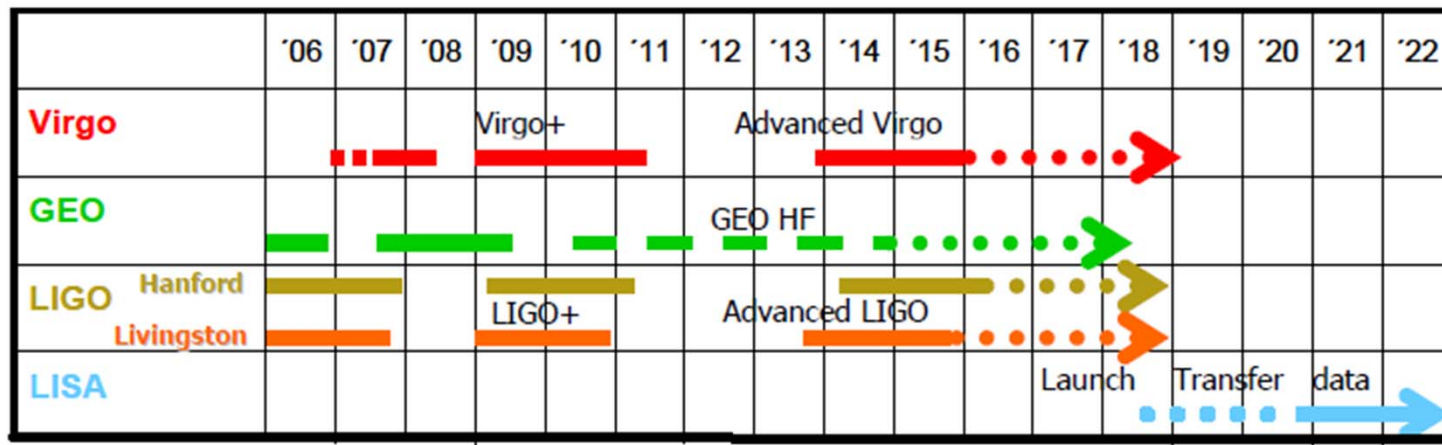
INFN - Roma Tor Vergata



Network internazionale di rivelatori di GW



Network di rivelatori di GW



Ma cosa intendiamo per GW?

L'analogo gravitazionale della più familiare onda EM

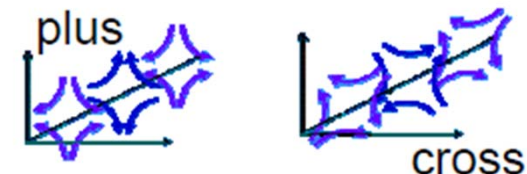
EMW

- Prodotte da cariche accelerate
- In generale hanno lunghezze d'onda piccole rispetto alle sorgenti
- Un dipolo di cariche irradia
- Polarizzazioni: up-down, left-right



GW

- Prodotte da masse accelerate
- In generale hanno lunghezze d'onda grandi rispetto alle sorgenti
- Un quadrupolo di masse irradia
- Polarizzazioni: plus e cross



Come viene deformato un anello di test particles per il passaggio di una GW

$\omega(t - z)$	Deformation of a ring of test particles			
	e_+	$e_\times$	e_R	e_L
$2n\pi$				
$(2n + \frac{1}{2})\pi$				
$(2n + 1)\pi$				
$(2n + \frac{3}{2})\pi$				

Plane Gravitational Waves. Polarization tensor:

e_P

Metric perturbation:

$$h_{jk} = \Re [A_0 e^{-i\omega(t-z)} e_{Pjk}]$$

Tidal acceleration between two test particles:

$$\begin{aligned} \frac{D^2 n_j}{D\tau^2} &= -R_{j0k0} n_k = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h_{jk}}{\partial t^2} n_k \\ &= \Re \left[-\frac{1}{2} \omega^2 A_0 e^{-i\omega(t-z)} e_{Pjk} n_k \right] \end{aligned}$$

Separation between two test particles:

$$n_j = n_j^{(0)} + \Re \left[\frac{1}{2} A_0 e^{-i\omega(t-z)} e_{Pjk} n_k^{(0)} \right]$$

Position of test particle B in proper reference frame of test particle A . (In drawing, A is the central particle and B is any peripheral particle):

$$x_B^j = x_{B(0)}^j + \Re \left[\frac{1}{2} A_0 e^{-i\omega(t-z)} e_{Pjk} x_{B(0)}^k \right]$$

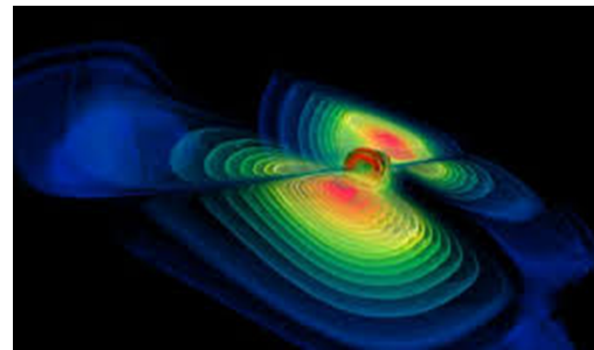
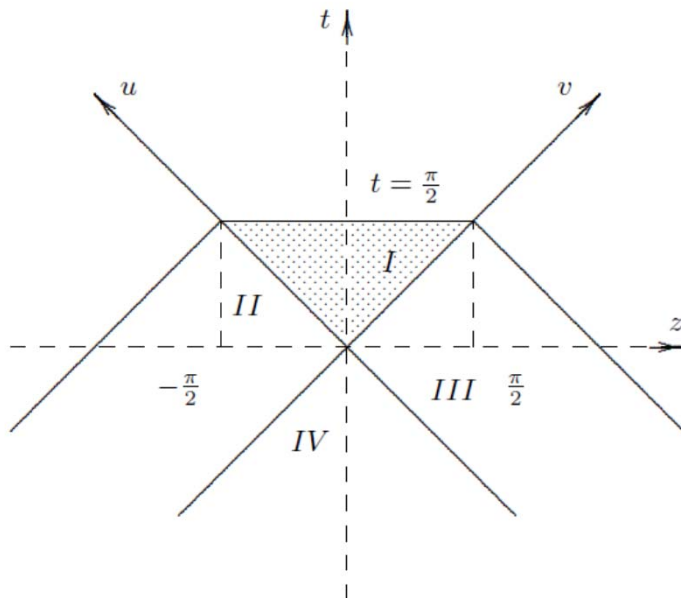
Interazione di onde EM e GW

Due onde EM interagiscono linearmente (gli effetti si «sommano» linearmente)

[dopo l'interazione ognuna per conto suo!]

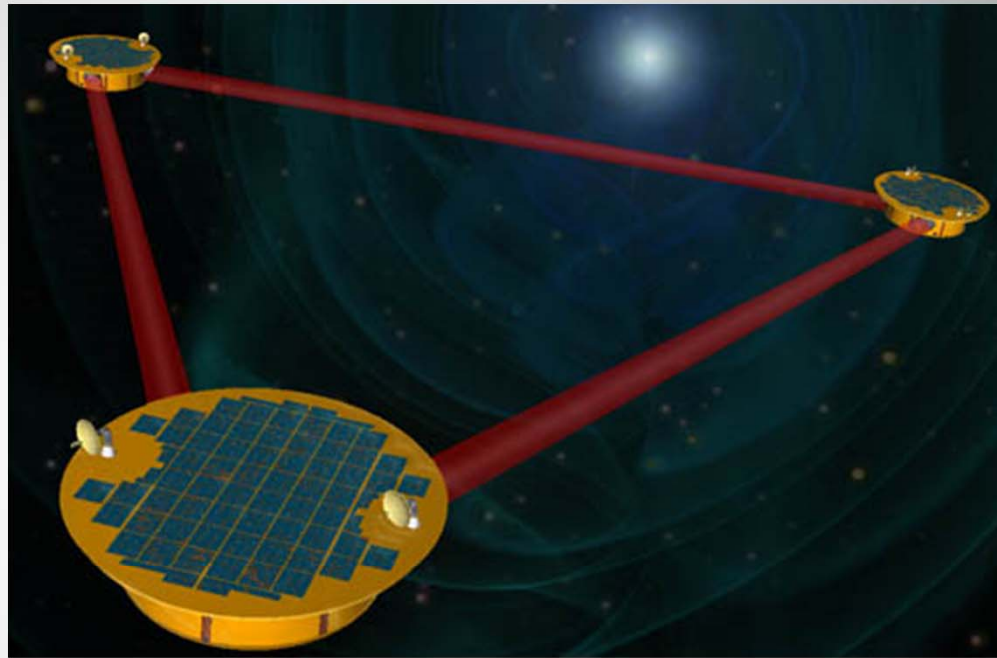
Due GW interagiscono in modo non lineare: foccheggiano (i raggi -le perpendicolari ai fronti d'onda- possono incontrarsi in un unico punto) e possono dar luogo alla formazione di singolarità

(concentrando energia gravitazionale in un singolo punto)[dopo l'interazione le due onde singole collidenti non esistono piu'!]



Un progetto molto ambizioso!!!

Lisa: Laser interferometer space antenna



Tre satelliti in orbita eliocentrica saranno disposti in modo da formare un triangolo equilatero di lato 5 milioni di Km.

(forse destinato a rimanere solo un progetto...)

Problema 1

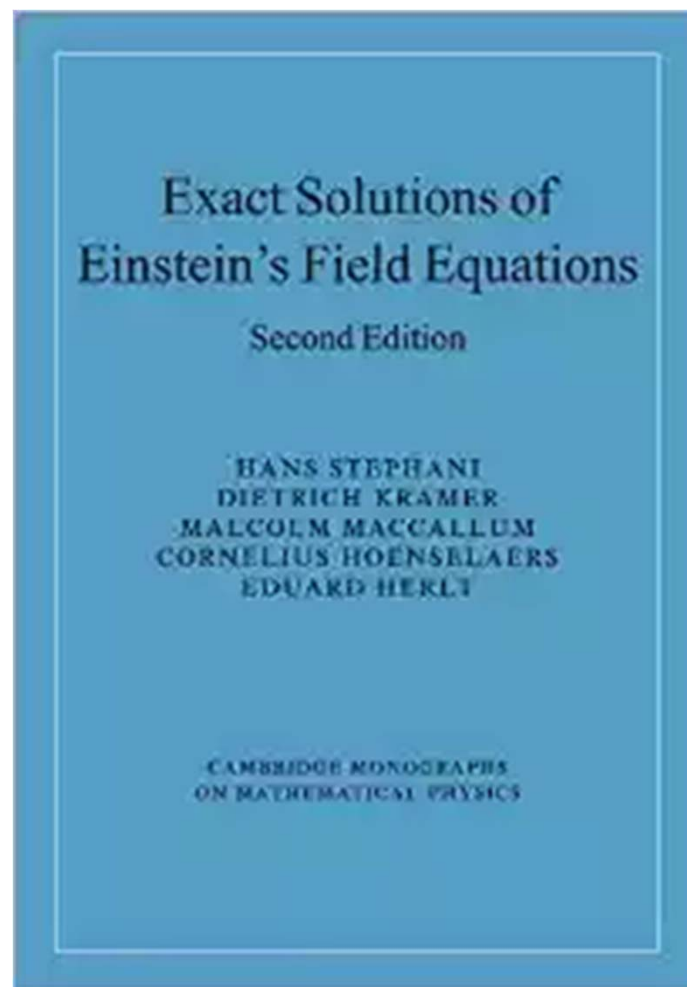
Data una distribuzione di materia o energia determinare il campo gravitazionale corrispondente

Risolvere le equazioni di Einstein (sistema di 10 PDE accoppiate)

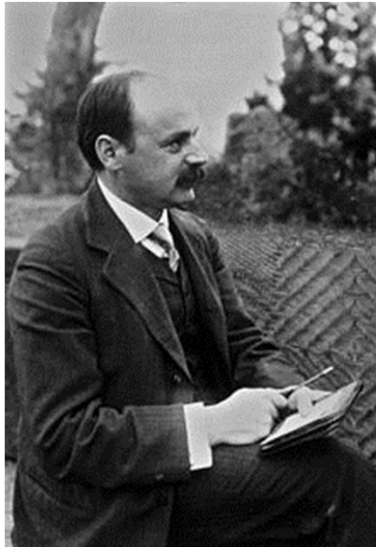
Una «sfida» continua per i matematici che studiano PDE...

Le soluzioni fisicamente significative delle equazioni di Einstein ad oggi sono ancora poche, circa 10 (anche meno...a seconda dei punti di vista) e rappresentano solo particolari distribuzioni «simmetriche» di materia

Un catalogo di soluzioni esatte (per lo più soluzioni matematiche...)



La soluzione piu' celebre (del vuoto): il buco nero di Karl Schwarzschild (1917)



Metrica (potenziali gravitazionali) dello spaziotempo
intorno ad un corpo a simmetria sferica e di massa M

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Previsione teorica per l'avanzamento del perielio di Mercurio:

$$\Delta\phi = 43,03 \text{ secondi di arco/secolo}$$

Singularità di curvatura
Orizzonte degli eventi

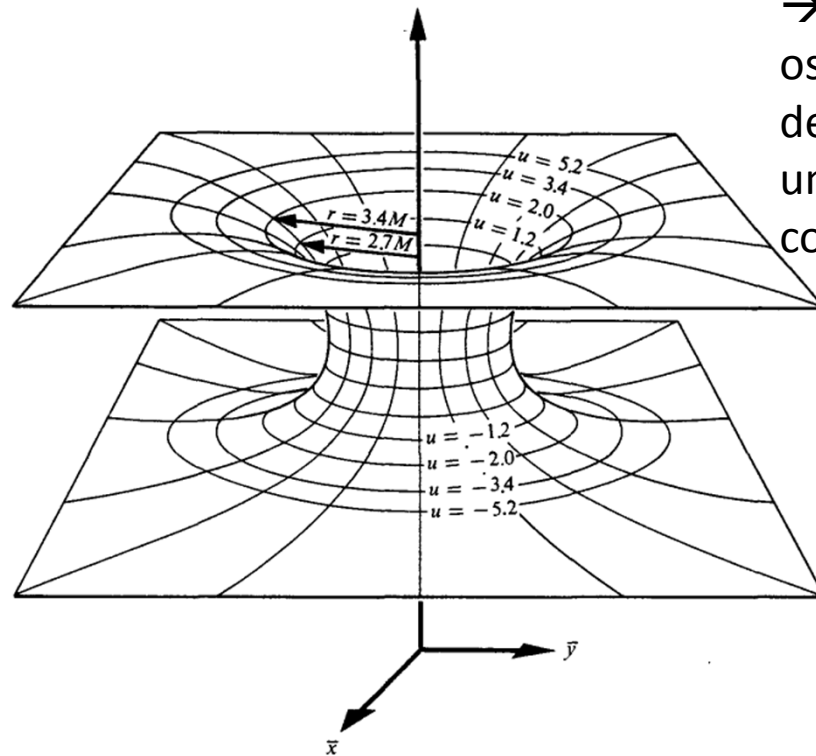
Misura: 43.11 sec/secolo

Questo accordo impressionante ha dato
maggior credito alla teoria di Einstein.



Schwarzschild inviò ad Einstein, il 16 gennaio 1916, un primo articolo nel quale presentava la prima soluzione esatta delle EE. Nel settembre 1914, iniziata da un mese la prima guerra mondiale, si arruolò volontario e fu spedito nelle retrovie del fronte occidentale, nel Belgio occupato. Nel 1916 fu trasferito sul fronte orientale contro i Russi ma, gracile com'era, la vita di trincea gli risultò nefasta. Si ammalò gravemente agli inizi del 1916 e morì a Potsdam alcuni mesi dopo.

L'immagine più popolare di un BH



Embedding diagram

→ A seconda dello stato dinamico degli osservatori questa immagine può essere deformata...al punto che si può avere addirittura un embedding piatto...o in generale completamente diverso...

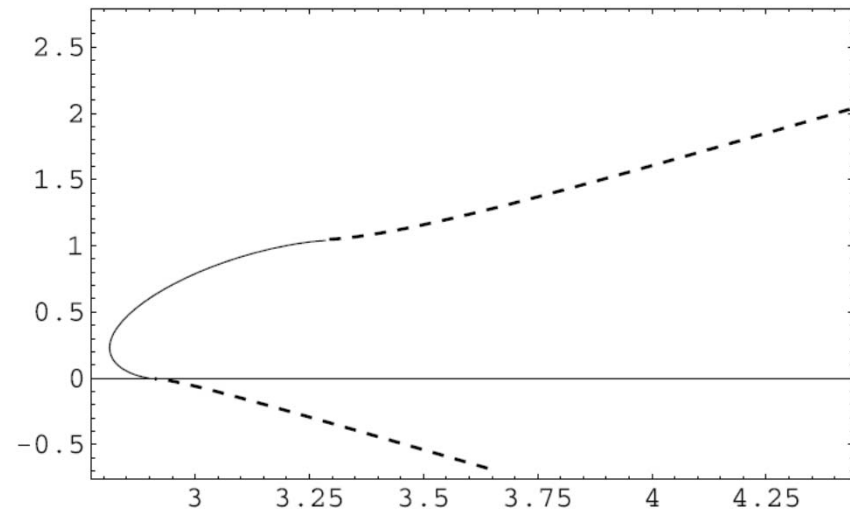


Figure 4. Embedding diagram cross section for the spin-critical observers defined in region B ($a/M = 0.5$). The cross section consists of three segments: Minkowskian for $2.34 < r/M < 2.47$, Euclidean for $2.47 < r/M < 3.17$ and Minkowskian again for $3.17 < r/M < 3.53$.

La soluzione piu' importante: il buco nero rotante di Roy Kerr (1963)



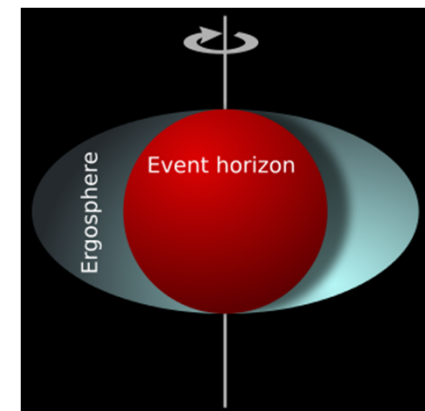
$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2} [dt - a \sin^2\theta d\phi]^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2) d\phi - a dt]^2 \\ + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2,$$

$$\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2$$

$$\rho^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2\theta$$

$a \equiv S/M \equiv$ angular momentum per unit mass.

Singularità, orizzonte, ergosfera



Generalizzazione di soluzioni di tipo bh: Kerr-Newman

Buco nero massivo (M), rotante (a) e carico (Q)
di Kerr-Newman

Metrica + campo em

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2} [dt - a \sin^2\theta d\phi]^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2) d\phi - a dt]^2 \\
 + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2,$$

Carattere della singolarità

$$\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2, \\
 \rho^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2\theta, \\
 a \equiv S/M \equiv \text{angular momentum per unit mass.}$$

$$\mathbf{F} = Q\rho^{-4}(r^2 - a^2 \cos^2\theta) \mathbf{dr} \wedge [\mathbf{dt} - a \sin^2\theta \mathbf{d\phi}] \\
 + 2Q\rho^{-4}ar \cos\theta \sin\theta \mathbf{d\theta} \wedge [(r^2 + a^2) \mathbf{d\phi} - a \mathbf{dt}].$$

E poi? Esistono altre soluzioni di tipo bh? No!!!

Un bh non ha capelli («no hair theorem»)

Un buco nero è completamente caratterizzato da soltanto tre parametri fisici: massa, carica elettrica, e momento angolare. In pratica, le osservazioni indicano che i buchi neri non possiedono una carica elettrica, quindi i parametri fondamentali sono solo la massa e il momento angolare intrinseco (o spin).

Dopo il collasso gravitazionale del corpo che produce il buco nero, tutte le altre informazioni sull'oggetto (i "capelli"), diventano del tutto inaccessibili, in quanto scompaiono dietro l'orizzonte degli eventi del buco nero. Ad esempio, sono perse tutte le informazioni sulla natura e sul numero delle particelle di cui era composto il corpo. Il nome del teorema deriva da una frase del fisico John Archibald Wheeler: "a black hole has no hair", che sottolinea scherzosamente la perdita di informazioni in un buco nero.

Esiste un «pre-horizon» regime?

...è l'avvertimento del campo gravitazionale forte...ed è la sede più naturale dove accadono fenomeni genuinamente relativistici ovvero «non intuitivi» o addirittura «counter-intuitive»!

E i matematici? E i supercomputers? E i «sistemi esperti»? E 100 y di RG? ci aiutano a trovare nuove soluzioni?

Poco...ad oggi pochi metodi effettivamente nuovi...

Per determinare la metrica associata ad un campo gravitazionale stazionario nel vuoto basterebbe risolvere l'equazione (complessa) di Ernst (1968)

$$Z_{xy} + \frac{1}{2(x+y)}(Z_x + Z_y) = \frac{1}{\text{Re}Z} Z_x Z_y$$

Finora...solo soluzioni banali, o (tante) soluzioni non-fisiche (spaziotempo non piatto a distanza infinita dalle sorgenti)...

Ancora l'equazione di Ernst?

Anche nel caso di due GW che collidono se si vogliono trovare soluzioni esatte bisogna risolvere la stessa equazione di Ernst (in cui le variabili hanno però significato diverso...) che appare dunque come un' «equazione modello»...

Ma c'è un motivo per questa simmetria....matematica!

Altre soluzioni esatte delle equazioni di Einstein

i) $R > 0$, de Sitter (dS)

dS, M, AdS

$$ds^2 = -dt^2 + \alpha^2 \cosh^2 \left(\frac{t}{\alpha} \right) [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]$$

where $t \in (-\infty, +\infty)$, $\chi \in [0, \pi]$, $\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi]$.

ii) $R = 0$, Minkowski (M)

iii) $R < 0$, Anti-de Sitter (AdS)

$$ds^2 = -dt^2 + \alpha^2 \cos^2 \left(\frac{t}{\alpha} \right) [d\chi^2 + \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]$$

where $t \in (-\infty, +\infty)$, $\chi \in [0, \pi]$, $\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi]$.

FRW

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 [d\chi^2 + f(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)].$$

Godel

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 - \frac{1}{2}U^2 dy^2 - 2U dt dy + dz^2$$

$$U = e^{\sqrt{2}\omega x} \quad \omega \text{ a constant}$$

Kasner

$$ds^2 = -dt^2 + t^{2p_1} dx^2 + t^{2p_2} dy^2 + t^{2p_3} dz^2, \quad t > 0$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \quad p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 1$$

GW singola

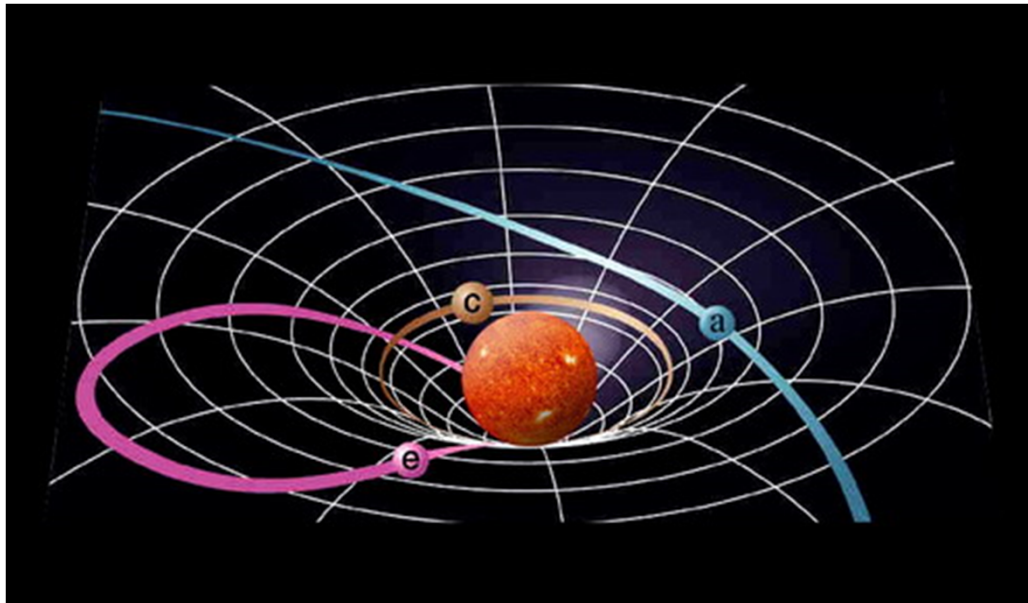
$$ds^2 = -dt^2 + dz^2 + L^2(e^{2\beta} dx^2 + e^{-2\beta} dy^2)$$

Problema 2

**Dato campo gravitazionale noto
corrispondente ad una data distribuzione di
materia sorgente, analizzare in esso la
dinamica di particelle e campi (di prova)**

Geo eqs

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma^\alpha_{\mu\gamma} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0.$$



Le equazioni delle «geodetiche» in una data metrica si risolvono esplicitamente solo in pochi casi...

Metodo del potenziale efficace:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 &= \tilde{E}^2 - (1 - 2M/r)(1 + \tilde{L}^2/r^2) \\ &= \tilde{E}^2 - \tilde{V}^2(r). \end{aligned}$$

Remo J. Ruffini

$$\tilde{V}(r) = [(1 - 2M/r)(1 + \tilde{L}^2/r^2)]^{1/2}$$

Potenziale efficace in Schwarzschild

(geos sul piano equatoriale)

1. Effective-potential equation for radial part of motion:

$$(dr/d\tau)^2 + \tilde{V}^2(\tilde{L}, r) = \tilde{E}^2,$$

$$\tilde{V}^2(\tilde{L}, r) = (1 - 2M/r)(1 + \tilde{L}^2/r^2),$$

$\tilde{E}$ = (energy at infinity per unit rest mass),

$\tilde{L}$ = (angular momentum per unit rest mass).

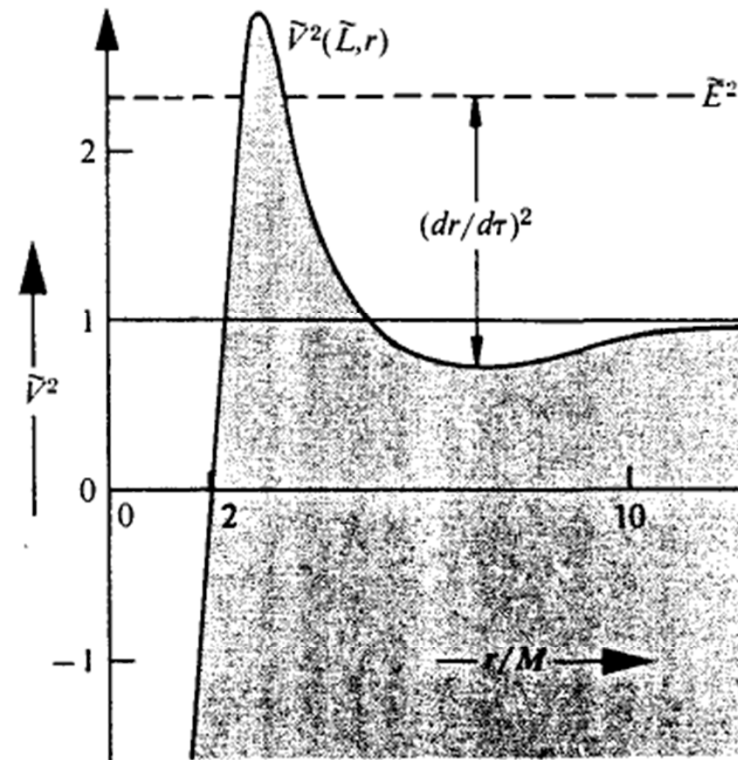
2. Supplementary equations for angular and time motion for "direct" orbit, $d\phi/d\tau > 0$:

$$d\phi/d\tau = \tilde{L}/r^2,$$

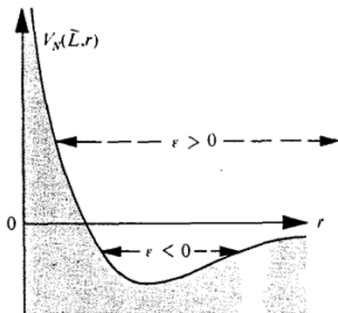
$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\tilde{E}}{1 - 2M/r}.$$

**Newtonian Limit, $|\tilde{E} - 1| \ll 1$
 $M/r \ll 1, \tilde{L}/r \ll 1$**

$$V_N(\tilde{L}, r) \equiv \frac{1}{2}(\tilde{V}^2 - 1) \approx -\frac{M}{r} + \frac{\tilde{L}^2}{2r^2}$$



"Turning points" of orbit occur where horizontal line of height $\tilde{E}^2$ crosses $\tilde{V}^2$



$$\varepsilon \equiv \frac{1}{2}(\tilde{E}^2 - 1) \approx \tilde{E} - 1 \approx \frac{1}{2}v_\infty^2.$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + V_N(\tilde{L}, r) = \varepsilon$$

[illegible]

*«Mass tells spacetime how to curve and
spacetime tells mass how to move» (J.A. Wheeler)*

Problema 3

Particelle e campi (di prova) in moto in un dato background gravitazionale lo perturbano: determinare la back-reaction sul background

Problema molto complicato...con la 4-velocità della particella/campo test si forma un tensore momento-energia (singolare alla posizione della particella) che si usa a secondo membro delle equazioni di Einstein cercando una metrica a cui questo corrisponda.....

Problema 4

Determinare le correzioni di RG al caso di misure classiche

Si ricorre alla teoria delle perturbazioni...come in altri contesti (classici, quantistici)

Esempio: il problema dei 2 corpi in RG



The two-body problem in General Relativity is more lively than ever.
This illustrates Poincaré's sentence :

*“Il n’y a pas de problèmes résolus,
il y a seulement des problèmes plus ou moins résolus”.*

2-body Taylor-expanded 3PN Hamiltonian

$$H_N(\mathbf{x}_a, \mathbf{p}_a) = \sum_a \frac{\mathbf{p}_a^2}{2m_a} - \frac{1}{2} \sum_a \sum_{b \neq a} \frac{G m_a m_b}{r_{ab}}$$

$$H_{1PN}(\mathbf{x}_a, \mathbf{p}_a) = -\frac{1}{8} \frac{(\mathbf{p}_1^2)^2}{m_1^3} + \frac{1}{8} \frac{G m_1 m_2}{r_{12}} \left[-12 \frac{\mathbf{p}_1^2}{m_1^2} + 14 \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1 m_2} + 2 \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1 m_2} \right] + \frac{1}{4} \frac{G m_1 m_2}{r_{12}} \frac{G(m_1 + m_2)}{r_{12}} + (1 \longleftrightarrow 2),$$

1PN

$$H_{2PN}(\mathbf{x}_a, \mathbf{p}_a) = \frac{1}{16} \frac{(\mathbf{p}_1^2)^3}{m_1^5} + \frac{1}{8} \frac{G m_1 m_2}{r_{12}} \left[5 \frac{(\mathbf{p}_1^2)^2}{m_1^4} - \frac{11}{2} \frac{\mathbf{p}_1^2 \mathbf{p}_2^2}{m_1^2 m_2^2} - \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^2 m_2^2} + 5 \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^2 m_2^2} \right. \\ \left. - 6 \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^2 m_2^2} - \frac{3}{2} \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^2 m_2^2} \right] \\ + \frac{1}{4} \frac{G^2 m_1 m_2}{r_{12}^2} \left[10 \frac{\mathbf{p}_1^2}{m_1^3} + 19 \frac{\mathbf{p}_2^2}{m_2^3} - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \frac{27 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) + 6 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1 m_2} \right] \\ - \frac{1}{8} \frac{G m_1 m_2}{r_{12}} \frac{G^2 (m_1^2 + 5 m_1 m_2 + m_2^2)}{r_{12}^2} + (1 \longleftrightarrow 2).$$

2PN

$$H_{3PN}^{\text{res}}(\mathbf{x}_a, \mathbf{p}_a) = -\frac{5}{128} \frac{(\mathbf{p}_1^2)^4}{m_1^5} + \frac{1}{32} \frac{G m_1 m_2}{r_{12}} \left[-14 \frac{(\mathbf{p}_1^2)^3}{m_1^4} + 4 \frac{((\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2 + 4 \mathbf{p}_1^2 \mathbf{p}_2^2) \mathbf{p}_1^2}{m_1^3 m_2^2} + \frac{(\mathbf{p}_1^2 \mathbf{p}_2^2 - 2 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2) (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^2 m_2^2} \right. \\ \left. - 10 \frac{(\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2 + \mathbf{p}_2^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2) \mathbf{p}_1^2}{m_1^3 m_2^2} + 24 \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^3 m_2^2} + 2 \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^3 m_2^2} \right. \\ \left. + \frac{(7 \mathbf{p}_1^2 \mathbf{p}_2^2 - 10 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^3 m_2^2} + 6 \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^3 m_2^2} \right. \\ \left. + 15 \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^3 m_2^2} - 18 \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^3}{m_1^3 m_2^2} + 5 \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^3 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^3}{m_1^3 m_2^2} \right] \\ + \frac{G^2 m_1 m_2}{r_{12}^2} \left[\frac{1}{16} (m_1 - 27 m_2) \frac{(\mathbf{p}_1^2)^2}{m_1^3} - \frac{115}{16} \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^2 m_2} + \frac{1}{48} m_2 \frac{25 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)^2 + 371 \mathbf{p}_1^2 \mathbf{p}_2^2}{m_1^2 m_2^2} \right. \\ \left. + \frac{17 \mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2}{16 m_1^3} - \frac{1}{8} m_1 \frac{(15 \mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2) + 11 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)}{m_1^2 m_2} + \frac{5 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^4}{12 m_1^3} \right. \\ \left. - \frac{3}{2} m_1 \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^3 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^3 m_2} + \frac{125}{12} m_2 \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1^2 m_2^2} + \frac{10}{3} m_2 \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^2 m_2^2} \right. \\ \left. - \frac{1}{48} (220 m_1 + 193 m_2) \frac{\mathbf{p}_1^2 (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)^2}{m_1^3 m_2^2} \right] + \frac{G^3 m_1 m_2}{r_{12}^3} \left[-\frac{1}{48} (466 m_1^2 + (473 - \frac{3}{4} \pi^2) m_1 m_2 + 150 m_2^2) \frac{\mathbf{p}_1^2}{m_1^3} \right. \\ \left. + \frac{1}{16} (77 (m_1^2 + m_2^2) + (143 - \frac{1}{4} \pi^2) m_1 m_2) \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1 m_2} + \frac{1}{16} (61 m_1^2 - (43 + \frac{3}{4} \pi^2) m_1 m_2) \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)^2}{m_1^3} \right. \\ \left. + \frac{1}{16} (21 (m_1^2 + m_2^2) + (119 + \frac{3}{4} \pi^2) m_1 m_2) \frac{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_1) (\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{m_1 m_2} \right] \\ + \frac{1}{8} \frac{G^4 m_1 m_2^3}{r_{12}^4} \left[\left(\frac{227}{3} - \frac{21}{4} \pi^2 \right) m_1 + m_2 \right] + (1 \longleftrightarrow 2). \quad (12)$$

3PN

Esempio: correzioni all'energia di un sistema binario

Risommare la serie PN?

Formalismo EOB di Thibault Damour, 1999

$$H_{\text{EOB}} = M \sqrt{1 + 2\nu (\hat{H}_{\text{eff}} - 1)}$$

$$M = m_1 + m_2$$

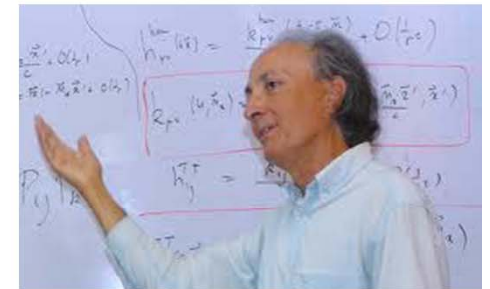
$$\nu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)^2$$

Simple effective Hamiltonian

$$\hat{H}_{\text{eff}} \equiv \sqrt{p_{r_*}^2 + A \left(1 + \frac{p_\varphi^2}{r^2} + z_3 \frac{p_{r_*}^4}{r^2} \right)}$$



crucial EOB “radial potential” $A(r)$



$$p_{r_*} = \left(\frac{A}{B} \right)^{1/2} p_r$$

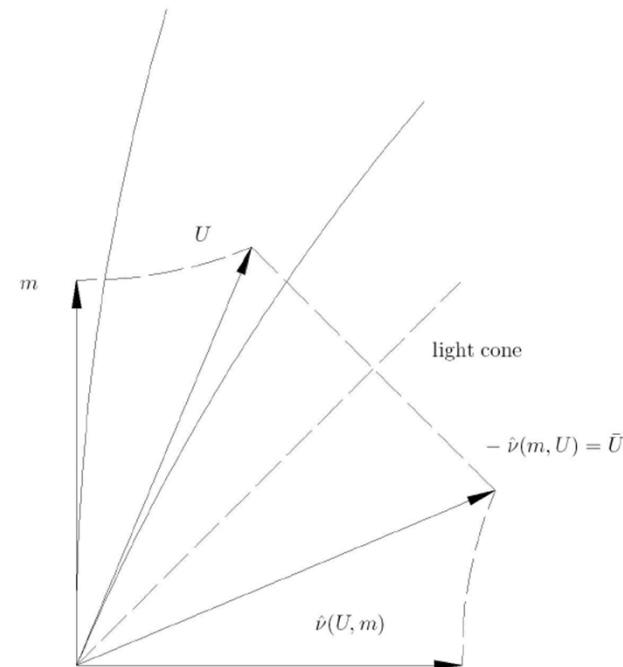
Problema 5

**(In)Adeguatezza dei nostri strumenti
di misura oppure è l'intero concetto
di misura da rivedere?**



Ritrovare lo spazio ed il tempo dallo spaziotempo...

Né facile né univoco...nel senso che questi concetti (classicamente separati) esistono solo localmente per un dato osservatore...e la RG è democratica circa la scelta di un osservatore (nessuno è privilegiato! Per principio tutti sono ugualmente validi...)...



I nostri strumenti di misura?

I nostri strumenti di misura (e di indagine) però non si sono adattati al nuovo ambiente 4d...

→ Misuriamo **distanze spaziali** ed **intervalli di tempo**: NON misuriamo direttamente distanze spaziotemporali

→ Misuriamo **momento** ed **energia**: NON misuriamo direttamente 4-momento

→ Misuriamo **forza** e **potenza meccanica**: NON misuriamo direttamente 4-forze, etc.

I concetti 3d come ad esempio quello di **energia** non hanno diritto di cittadinanza in RG (se non dopo aver identificato un tempo ed uno spazio...che -come detto- è una procedura non banale e non univoca)!

Equazioni di Einstein in forma 1+3 o 3+1

...Tanta geometria differenziale...

Splitting dello spazio tangente alla varietà spaziotemporale in spazio+tempo

- Si sceglie una famiglia di osservatori
- La loro 4-velocità definisce una direzione locale per il tempo (locale=punto per punto)
- Il complemento ortogonale nello spazio tangente definisce lo spazio locale di quiete
- Proiezioni spaziali e lungo il tempo di tutte le equazioni tensoriali della relatività...

Analogia campo gravitazionale – campo elettrico: GEM

Da un punto di vista relativo la forza gravitazionale assomiglia alla forza di Lorentz dell'em...ma è solo una analogia!

$$\begin{aligned}
 F^{(\text{EM})}(u) &= q[E(u) + \nu(U, u) \times_u B(u)] , \\
 F_{(\text{tem})}^{(\text{G})}(U, u) &= m\gamma(U, u)[\vec{g}(u) + \varepsilon_{(\text{tem})} \nu(U, u) \times_u \vec{H}(u) \\
 &\quad + \text{SYM } H_{(\text{tem})}(u) \lrcorner \nu(U, u)] , \\
 &\text{tem}=\text{fw}, \text{cfw}, \text{lie}, \text{lieb} .
 \end{aligned}$$

Anche le equazioni di Einstein si possono scrivere in una forma em-like

Ma è sempre solo una analogia....

Maxwell's eqs in un riferimento generico

$$\operatorname{div}_u B(u) + \vec{H}(u) \cdot_u E(u) = 0 ,$$

$$\operatorname{curl}_u E(u) - \vec{g}(u) \times_u E(u) + [\mathcal{L}(u)_u + \Theta(u)]B(u) = 0$$

$$\operatorname{div}_u E(u) - \vec{H}(u) \cdot_u B(u) = 4\pi\rho(u) ,$$

$$\operatorname{curl}_u B(u) - \vec{g}(u) \times_u B(u) - [\mathcal{L}(u)_u + \Theta(u)]E(u) = 4\pi J(u)$$

GEM form of the EE

$$[\text{div}_u + \vec{g}(u) \cdot_u] \vec{H}(u) = 0 ,$$

$$\text{curl}_u \vec{g}(u) + [\mathcal{L}(u)_u + \Theta(u)] \vec{H}(u) = 0$$

$$2^{(4)}G^\top{}_\top = \text{Tr} \theta(u)^2 - \Theta(u)^2 - \frac{3}{2} H(u)^c H(u)_c - R_{(\text{sym})}(u)^c{}_c ,$$

$$2^{(4)}G^\top{}_a = 2^{(4)}R^\top{}_a = -2\nabla(u)_b [\theta(u)^b{}_a - \delta^b{}_a \Theta(u)] - \{[\vec{\nabla}(u) - 2\vec{g}(u)] \times_u \vec{H}(u)\}_a$$

$$\begin{aligned} {}^{(4)}G^a{}_b &= \{ \mathcal{L}(u)_u + \Theta(u) \} [\theta(u)^a{}_b - \delta^a{}_b \Theta(u)] + \frac{1}{2} \delta^a{}_b [\text{Tr} \theta(u)^2 - \Theta(u)^2] \\ &\quad + [\nabla(u)_{(b} - g(u)_{(b}] g(u)^{a)} - \delta^a{}_b [\nabla(u)_c - g(u)_c] g(u)^c \\ &\quad - \frac{1}{2} H(u)^a H(u)_b + \frac{1}{4} \delta^a{}_b H(u)^c H(u)_c + G_{(\text{sym})}(u)^a{}_b , \end{aligned}$$

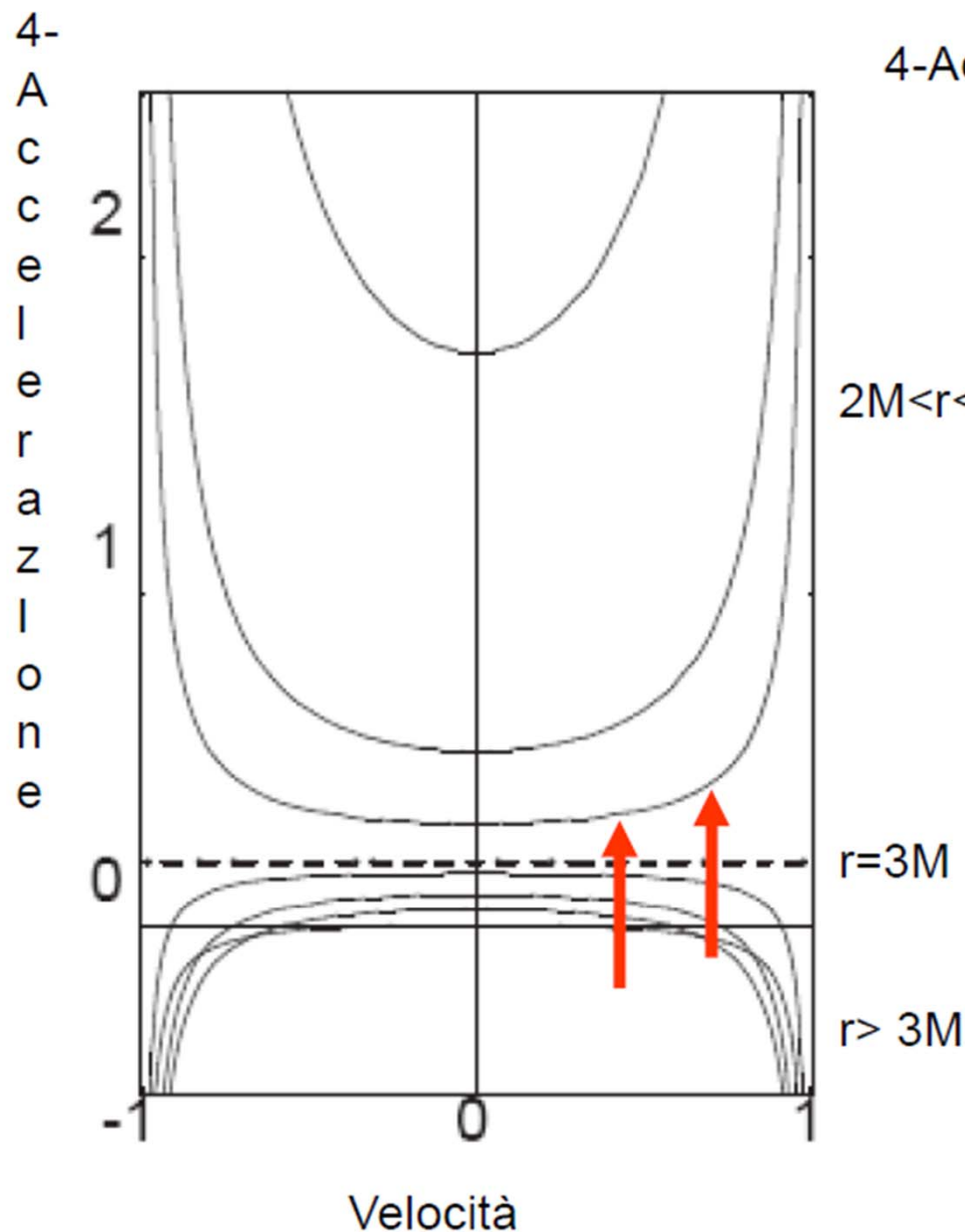
Reverse della forza centrifuga



Centripetal and centrifugal forces are equivalent notions in Newtonian physics, because of its universal time shared by the reference frame and the rotating particle. In general relativity, the local rest space of the particle is distinct from that of the observer, each with its own local direction of time, so centripetal and centrifugal forces must differ. The most natural analysis on how to import these Newtonian notions into general relativity has been recently accomplished by introducing “relative Frenet-Serret” frames.

Effetti “counter-intuitive”: but this is relativity!

Schwarzschild



Supponete di stare a $r=2.5M$.
Potete rimanere in orbita circolare accelerando positivamente (verso l'esterno).
Avete in mente la relazione di equilibrio:

$$G=C+Ext$$

Ora aumentate di poco v .
Che vi aspettate?
 G non cambia.
Se aumenta $v \rightarrow$ aumenta $C \rightarrow$
per rimanere in orbita a quel raggio
diminuisco l'accelerazione!

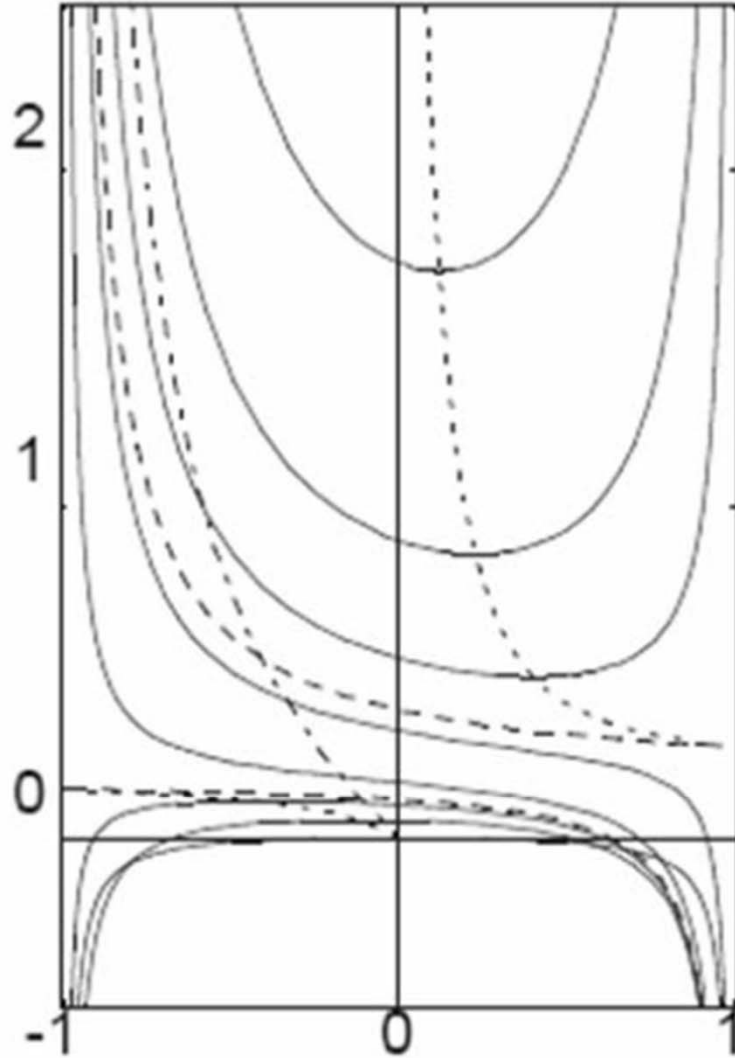
SBAGLIATO

dal grafico si vede che dovete
aumentare l'accelerazione!

Va bene...ma forse e' solo un
“pre-horizon regime”...

SBAGLIATO

Kerr: Sli



**E per un buco nero di Kerr
come cambia la situazione
precedente?**



Grafico come in Schwarzschild ma
“deformato” per la rotazione del bh di Kerr.

**Effetti non intuitivi anche a grande
distanza dall’orizzonte esterno, ottenuti
studiando il comportamento di particelle
test e giroscopi!**



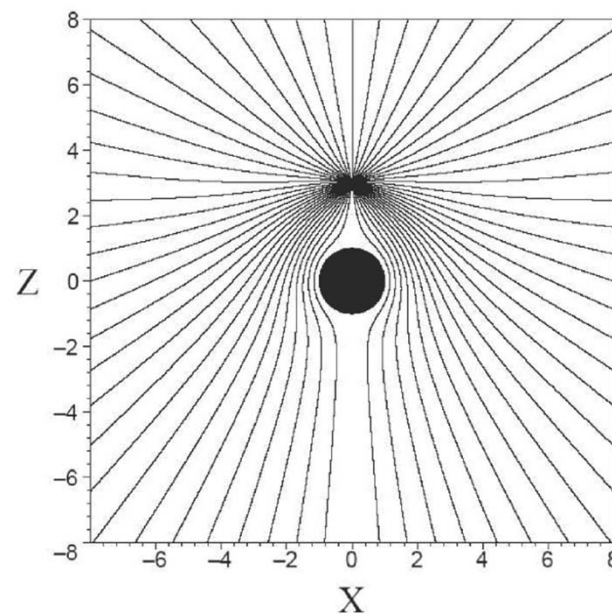
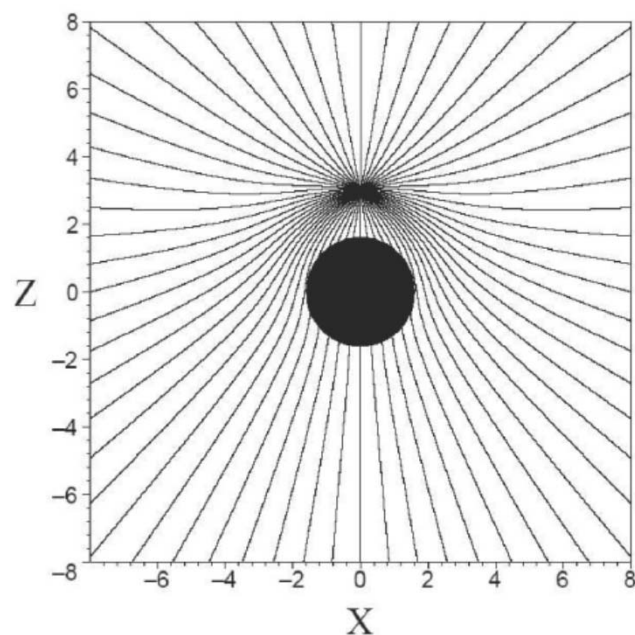
Se nasce bh...ci vuole rimanere!

In generale la metrica di un buco nero contiene parametri quali M , Q , a .

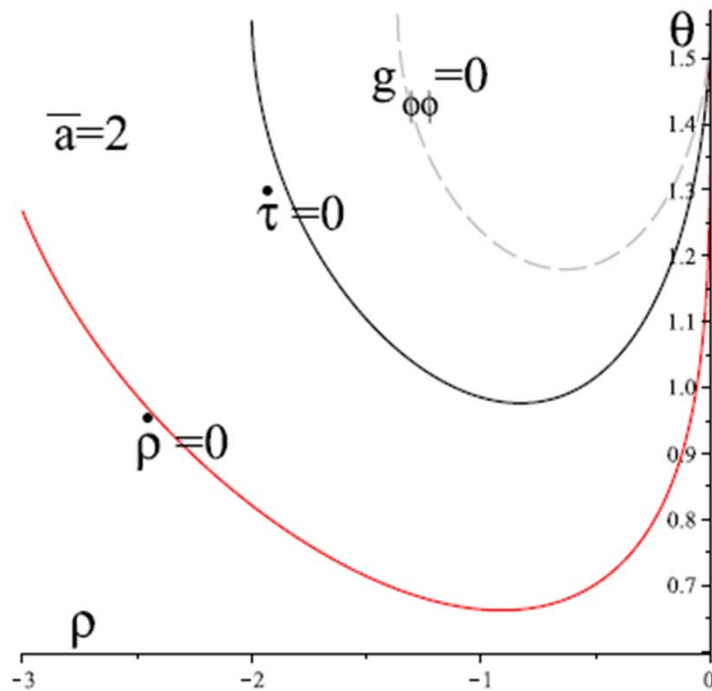
Questi parametri non sono completamente liberi.

Per esempio nel caso della soluzione di Kerr si ha effettivamente un bh solo se $M^2 > a^2$ ($M^2 = a^2$ è il caso estremo). Nel caso contrario l'orizzonte non esiste più e si ha una singolarità a nuda....

Per anni si è pensato a **come trasformare un BH in una singolarità nuda** (NS) ... senza successo! (o meglio ...con un minimo successo «forzato»...)



I buchi neri si proteggono! Non vogliono perdere l'orizzonte e diventare una singolarità nuda



Barriere di potenziale si creano per proteggere la cronologia...Provenendo dall'infinito e muovendosi su orbite a theta costante si rimbalza in r prima di invertire il tempo...

Le soluzioni «patologiche»

Esempio: la soluzione di Kerr (con una opportuna scelta dei parametri),
NUT, o Kerr-Taub-NUT

Singularità nude,
CTCs,
viaggi nel tempo

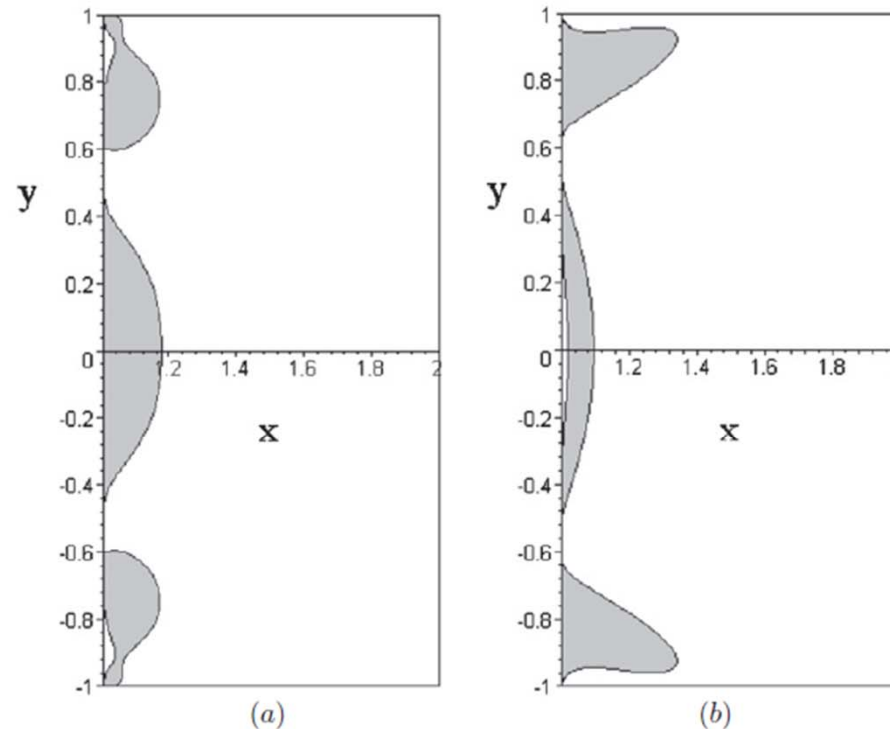


Figure 3. The regions where the metric component $g_{\phi\phi}$ changes its sign are shown for $a/M = 0.5$ and different values of the quadrupole parameter: (a) $q = 10$ and (b) $q = -10$. The existence of closed timelike curves is allowed there.

La congettura del «Censore Cosmico» di Roger Penrose prescrive di non considerare fisiche le soluzioni di tipo singolarità nuda!

Analogia campo gravitazionale – mezzo ottico

L'indice di rifrazione del mezzo fittizio assume il carattere observer-dependent: è modificato dalla cinematica dell'osservatore.

Per osservatori in moto «opportuno» intorno ad un BH si può fare in modo che l'indice di rifrazione sia <1 o addirittura <0 e che quindi il mezzo materiale abbia carattere di «metamaterial»! [Snell's law ($n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2$), but as n_2 is negative, the rays are refracted on the *same* side of the normal on entering the material.]

[qualche componente della velocità della luce vista da questo osservatore può essere maggiore di c : il modulo resta comunque sempre c]

I buchi neri sono veramente neri?

Classicamente (NB: RG classica) si!

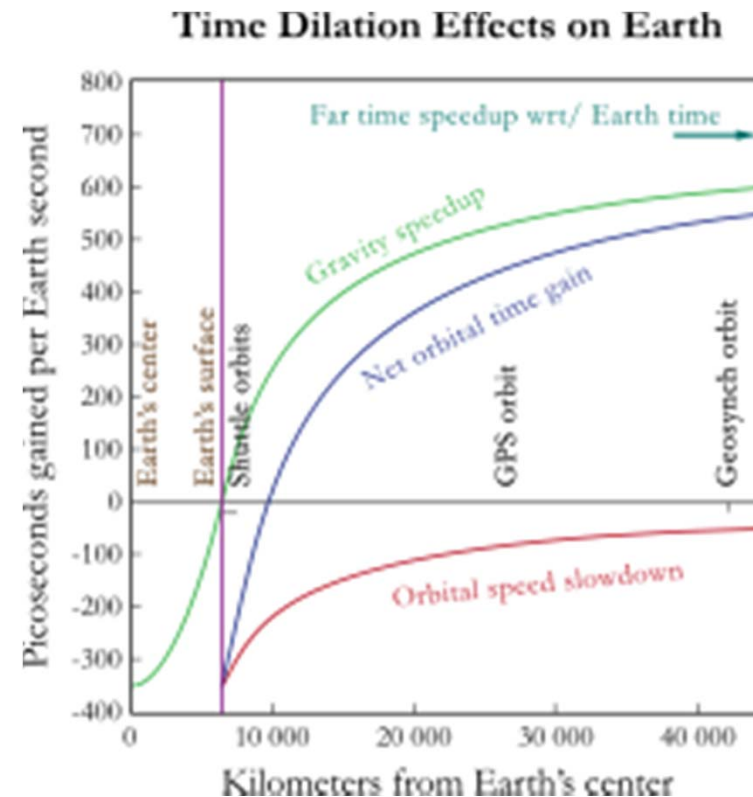
Fuori da una visione
completamente classica
possono **evaporare**...



E' quel «fuori» che va precisato bene...

Siamo sicuri che possiamo ignorare la RG nella nostra vita quotidiana?

Il GPS usa correzioni di RS e RG dell'ordine di 10-100 microsec/day!!!!



Satellite clocks are slowed by their orbital speed but sped up by their distance out of the Earth's gravitational well.

....Se posso permettermi...con l'umiltà di chi non vuole insegnare niente a nessuno

«Non fa scienza...»

Non fa scienza, / senza lo ritenere, avere inteso

(Dante, Paradiso, V, 41-42)

Non raccontate ai vostri studenti una «storiella»
...piuttosto fate applicare leggi fisiche, procurate esempi,
assegnate e discutete esercizi, «studiate con i vostri studenti»
(anche se state applicando una formula data senza dimostrazione).
Fatelo... per quelli bravi... Ce n'è bisogno!

«Sfidate» gli studenti con esercizi ed esempi a qualsiasi livello...!!! ...

**Se avete bisogno di supporto...navigate...chiedete! Non avete accesso a laboratori?
Ci sono laboratori virtuali a tutti i livelli in rete...**

Forse io stesso rappresento l'ultima classe di studenti che ha studiato con le tavole dei log...
poi sono arrivate le calcolatrici...oggi ci sono MAPLE e MATHEMATICA sento che qualcosa
ancora cambierà e...presto...

Fisica della gravitazione e RG per studenti di liceo?

→ Moto classico dei pianeti + correzioni relativistiche (Si può partire dall'equazione Cartesiana dell'ellisse, passare alla forma polare corrispondente, spiegare il moto a rosetta qualitativamente e parlare del perielio di Mercurio mostrando senza dim la formula relativistica corretta ..e facendola applicare!!!)

→ Astrofisica teorica e/o cosmologia: modello standard (distanze stellari a partire dalla luminosità, redshift gravitazionale, legge di Hubble, radiazione di fondo cosmico)

→ Evoluzione stellare

Esempio: Testo Universitario elementare (per studenti di Medicina, Biologia):

Giancoli, Fisica con Fisica Moderna, Casa Ed. Ambrosiana.

“...tutto è relativo. Prenda un ultracentenario che rompe uno specchio: sarà ben lieto di sapere che ha ancora sette anni di disgrazie...” (Albert Einstein)

“Gravitation cannot be held responsible for people falling in love.” (Albert Einstein)

*Grazie della vostra
attenzione!*

Donato Bini